Geometría y agrimensura

lioteca del Campesino   Colección Ciencia No. 91

I. F. # 2

GEOMETRIA Y AGRIMENSURA

Carátula: Luís Gélvez R.
Dibujos: Marlene Zamora

IMPRESO EN COLOMBIA - PRINTED IN COLOMBIA

Se terminó de imprimir este libro en Editorial Andes, el 29 de febrero de 1976.

EDITORA DOSMIL
Cra 39 A No. 15 - 11 tel: 69 - 48 - 00 Bogotá - Colombia

2000
editora
dosmil

JUAN ALBERTO DIAZ R.

GEOMETRIA Y AGRIMENSURA

PRIMERA EDICION

ACCION CULTURAL POPULAR

BIBLIOTECA DEL CAMPESINO

COLECCION CIENCIA No. 91

INDICE

PRESENTACION

Amigo lector:

Para EDITORA DOSMIL es motivo de complacencia integrar a la Biblioteca del Campesino el libro titulado "Geometría y Agrimensura", con el propósito de facilitar a quienes se interesan en el área, los conocimientos adecuados sobre el tema, para lo cual su autor, el profesor Juan Alberto Díaz, en un trabajo completo con numerosos dibujos que ilustran la comprensión de la materia, desarrolla los principios que permitirán a las personas estudiosas el dominio de los diversos aspectos que hacen posible la aplicación práctica de esta ciencia.

En términos sencillos se tratan las figuras planas, los volúmenes, la geometría en la agrimensura, la planimetría.

Queremos con esta obra contribuir de manera positiva a la difusión popular del estudio de la extensión en sus dimensiones.

Atentamente,

EL EDITOR

DECALOGO DE PRINCIPIOS PARA ENTENDER ESTA OBRA

I

Derrotar: Cuando comenzamos a leer un libro, lo hacemos con mucho ánimo pero, a veces, el desánimo no nos permite terminarlo. Derrotémoslo.

II

Volver atrás: En ocasiones no entendemos algunas cosas y es conveniente devolvernos y leer nuevamente hasta entender.

III

Consultar: A pesar de que este libro ha sido elaborado con la terminología más sencilla posible, en caso de que un término o palabra sea desconocida, debe ser consultada al diccionario.

IV

Elaborar: Se dan ideas para hacer elementos rudimentarios, necesarios para las prácticas. Es necesario hacerlos.

V

Dominar: Es necesario dominar las cuatro operaciones matemáticas, para hacer los ejercicios indicados.

VI

Conocer: Para poder entender y hacer los ejercicios, debemos conocer las diferentes medidas del sistema métrico decimal.

VII

Diciendo y haciendo: Practicar las ideas que se dan para un mejor entendimiento.

VIII

Rogando y con el mazo dando: Ir leyendo y haciendo los ejercicios. Practíquelos hasta hacerlos bien. Ojalá con lápiz, para borrar en caso necesario.

IX

Resolver: Solucionar los problemas que da el libro y comparar sus respuestas con las que trae el libro al final.

X

Llenar: Completar los espacios que hay en blanco al final de cada capítulo, en los cuestionarios de geometría. En la parte derecha está la pregunta que debe ser completada. A la izquierda están las respuestas que deben permanecer tapadas con un papel mientras usted resuelve la columna derecha.

LA GEOMETRIA

Uno de los ríos más nombrados en la historia es el río Nilo. Según la Biblia, en este río fue depositado Moisés para salvar su vida cuando el rey de Egipto mandó matar a todos los niños del pueblo de Israel.

A este río se debe también el nacimiento de la geometría. Dice la historia que, cuando el río Nilo inundaba todas sus riberas, la creciente se llevaba los linderos de los terrenos. Cuando el río bajaba y volvía a su cauce, los egipcios no sabían cuáles eran los límites de sus tierras. Para solucionar este problema, los egipcios comenzaron a pensar en alguna forma de medir sus tierras después de las inundaciones. Buscando una buena manera de resolver esta situación, comenzaron a practicar la geometría.

Cuando ellos vieron la utilidad de su nueva invención, utilizaron la geometría para trazar huertas, para la industria y muchos usos más. Debido a la buena utilidad que se encontró en la geometría, muchos hombres sabios se dedicaron a su estudio y fueron descubriendo principios que hoy son muy utilizados en la investigación científica y también en cosas prácticas.

El vocablo **geometría**, viene de dos palabras: **geo** que significa **tierra** y **metría** que significa **medida.** Conociendo el origen de esta palabra, podemos decir que:

Geometría es la ciencia que nos permite medir las figuras y los cuerpos.

La geometría se divide en varias ramas, varias clases. La geometría lineal (longitud), que estudia los puntos y las líneas, la geometría plana (superficie), que estudia las figuras que están sobre un mismo plano, la geometría del espacio (volumen), que estudia los volúmenes de los cuerpos. También se utilizan en estudios muy científicos, la geometría analítica, la geometría proyectiva, la geometría descriptiva y otras clases de geometría que utilizan los científicos en sus investigaciones.

La geometría es muy importante para las actividades tanto del campo como de la ciudad; con su ayuda es más fácil medir una parcela, embaldosinar una pieza, hacer una cerca y muchas otras actividades que son comunes en todas partes.

Partes de la geometría que estudiaremos: para comprender y practicar la geometría, vamos a estudiar tres dimensiones, tres formas de la geometría. Ellas son: longitud, superficie y volumen.

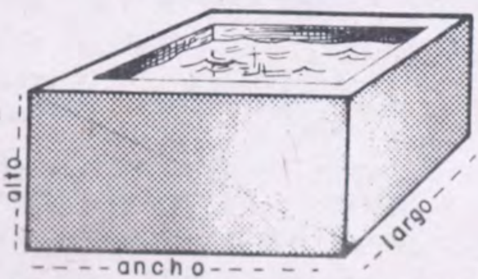
Longitud:

Longitud es la distancia que hay entre dos puntos.

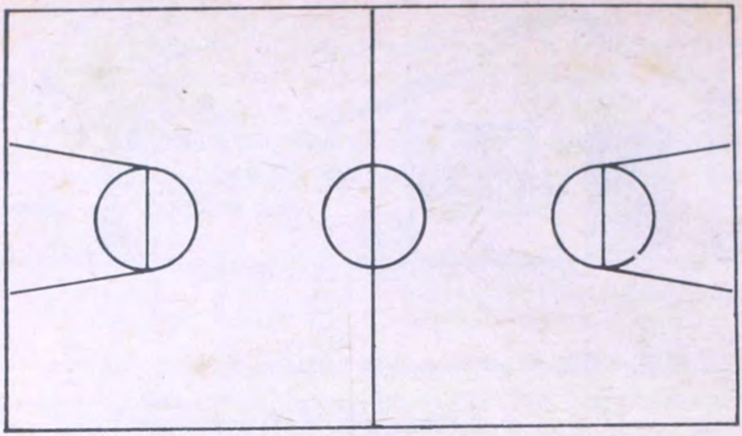
Superficie:

Superficie o área es lo que nos permite conocer dos dimensiones: largo y ancho.

Volumen:



Volumen es lo que nos permite conocer las tres dimensiones de los cuerpos: largo, ancho y alto.



Figuras planas:

Figuras planas son las que hacemos o encontramos en una superficie y que solo tienen dos dimensiones: largo y ancho.

Ejemplos de figuras planas son: una cancha de baloncesto, la huerta casera, los dibujos que hacemos en un papel, etc.

El punto:

Cuando la noche está clara y vemos las estrellas, cada una de ellas nos da la idea de un punto en el firmamento. Si deseamos ver un punto sobre un papel, solo debemos oprimir la punta de un lápiz y quedará marcado un punto.

Encontramos punto en la unión de dos líneas que se cruzan.

Jalones y ganchos

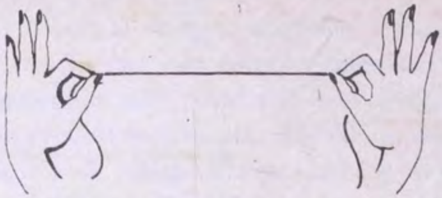
Cuando estamos midiendo terrenos es importante determinar puntos. Para determinar estos puntos necesitamos tres palos que tengan un metro y medio de largo. Estos palos deben ser limpios y lo más rectos posible. Para clavarlos en la tierra con facilidad es necesario que estos palos sean puntiagudos. Es aconsejable forrar la punta de estos palos con una lata o algo metálico, para evitar que de tanto clavar, el palo se vaya desgastando. Para que los palos no se confundan con la vegetación y sean más visibles a larga distancia es aconsejable pintarlos de rojo y blanco. Si no tenemos pintura, podemos pegar papel al palo. A estos palos se les da el nombre de **jalones**.

Para marcar los puntos que van determinando los jalones se usan los **ganchos**. Estos ganchos tienen la forma de un signo de interrogación (ver figura). Se hacen con varilla metálica y deben tener de 90 centímetros a un metro de alto. Deben tener buena punta para clavarlos en la tierra con facilidad. En caso de no tener suficientes ganchos podemos usar estacas para marcar esos puntos, lo importante es ir marcando los puntos de referencia que serán importantes para la medición total del terreno.

Jalones

Ganchos

La línea



Vemos una línea en un hilo, en el borde de una mesa, en el límite de una superficie.

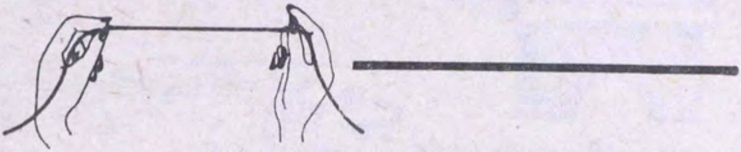
En geometría la línea se define como una sucesión de puntos. Si colocamos muchos puntos, uno después del otro, formamos una línea.

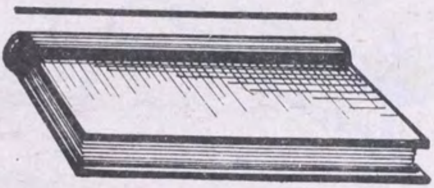
Trazar líneas en los terrenos: es importante saber trazar líneas en el terreno, para saber si el lindero está bien trazado, para trazar un cultivo en línea recta y para muchos usos más. Para esto, es necesario tener una cinta métrica de veinte metros. Podemos usar el decámetro, que es un aparato que sirve para tomar medidas de diez metros. También podemos usar el dobledecámetro. En caso de no tener estos elementos, podemos utilizar una piola indicando debidamente cada metro, con un nudo o con otra marca. Debemos saber que una medida con piola o cabuya no es exacta pues este material cede y la medida no es tan correcta como puede ser con la cinta métrica.

Cuando vayamos a pasar líneas sobre el papel será necesario usar una regla. Con este elemento podemos trazar líneas rectas y al mismo tiempo, podemos medir la longitud de la línea que deseemos, pues la regla está marcada con centímetros por uno de sus lados.

Clases de líneas según su forma: las líneas, según la forma que tengan, se dividen en cuatro clases:

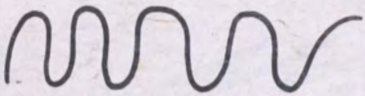
a. **Líneas rectas:**





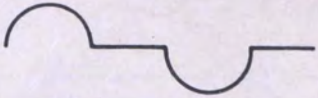
Línea recta es la que no tiene partes curvas.

b. **Líneas curvas:**



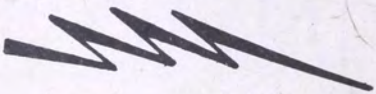
Línea curva es la que no tiene partes rectas.

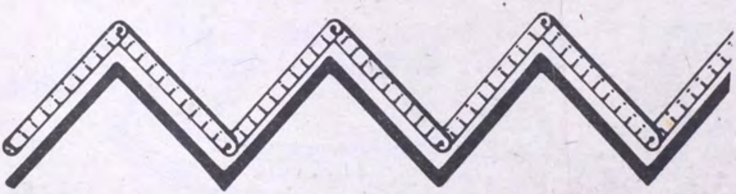
c. Líneas mixtas:



Línea mixta es la que tiene partes rectas y partes curvas.

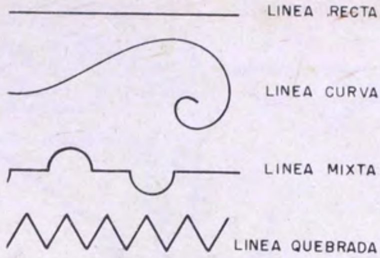
d. Líneas quebradas:





Línea quebrada, es la que está formada por segmentos, pedazos de líneas rectas.

Las cuatro clases de líneas, según su forma son:



Clases de líneas según su posición: las líneas, según la posición que tengan se dividen en:

a. Línea horizontal:

Línea horizontal es la que va paralela a las aguas tranquilas de un lago.

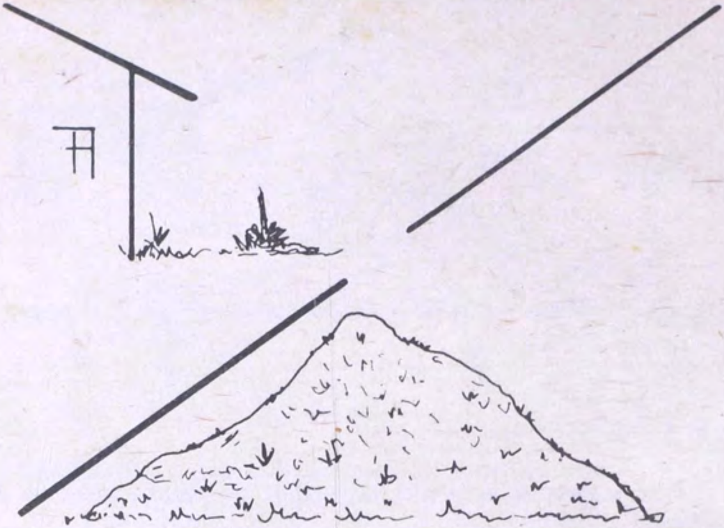
También se puede ver una línea horizontal en la línea que marca un nivel.

b. Línea vertical:

Línea vertical es la que va de arriba hacia abajo o de abajo hacia arriba, sin inclinarse a ningún lado.

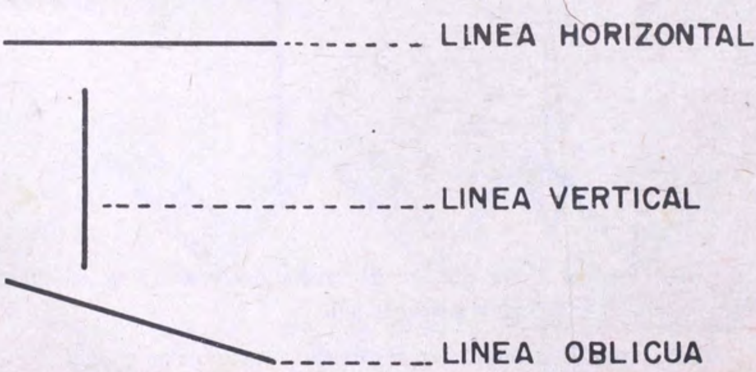
Vemos una línea vertical en el hilo de una plomada.

c. Línea oblicua:

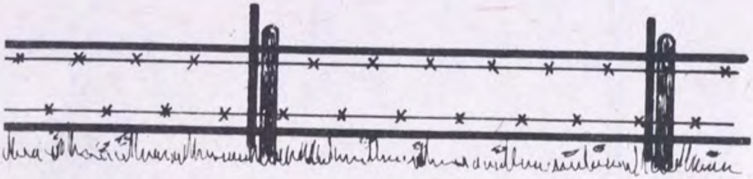


Línea oblicua es la que está inclinada a cualquiera de sus lados. Podemos ver una línea oblicua en el tejado de una casa, en la pendiente de una loma.

Las tres clases de líneas según su posición, son:



Líneas paralelas:



Líneas paralelas son aquellas que, por más que se prolonguen, nunca se unen.

Podemos ver líneas paralelas en los rieles por los que corre un tren, los estantillos o palos de una cerca, en los bordes opuestos de este libro.

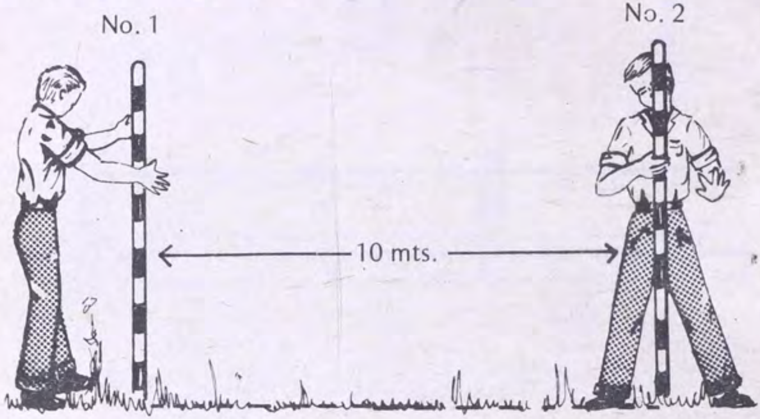
Forma de alinear jalones: para saber cuál es la superficie de un terreno, será necesario trazar líneas rectas en los linderos, cuando sean curvos y rectificar los linderos que sean rectos.

Para esta operación es necesario tener por lo menos, tres jalones, la cinta métrica, estacas o ganchos para marcar los puntos que van determinando los jalones. También participan dos personas, una que se sitúa detrás del jalón de referencia, o sea, el primer jalón, y otra que sostiene y maneja el jalón que deseamos alinear.

Para que los jalones queden bien alineados es necesario tomar una visual correcta. Esto se hace de la siguiente manera:

La persona que se coloca detrás del jalón inicial debe mirar por el lado de él, observando que el segundo o tercer jalón tenga la misma posición, o sea, que estén en línea recta.

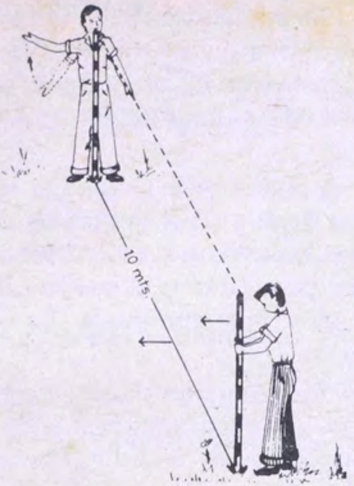
Mecánica de la alineación:



Después de sembrar en forma vertical el primer jalón, el operario No. 1 extiende las manos hacia adelante y mirando por el lado del jalón, le indica al operario No. 2 la forma de sembrar el segundo jalón.

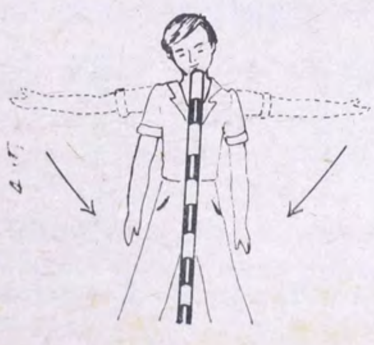
El operario No. 2 se coloca a un lado del jalón que quiere sembrar y lo va manejando según las indicaciones del operario No. 1.

Corrida a la derecha o izquierda: después que el operario No. 2 tiene el jalón listo para sembrarlo, el operario No. 1 le va indicando con las manos a qué lado debe correrlo. Si hay que correrlo a la derecha, él levanta la mano derecha y moviéndola le indica que debe correrlo en esa dirección. Cuando hay que correr el jalón al lado izquierdo, el operario No. 1 levanta la mano izquierda y en la misma forma le indica que lo corra hacia ese lado.



La gráfica No. 1 indica cómo se mueve el brazo para indicar que el jalón debe correrse hacia la derecha y la gráfica No. 2, la forma como se debe orientar con la mano, cuando hay que correrlo hacia esa dirección.

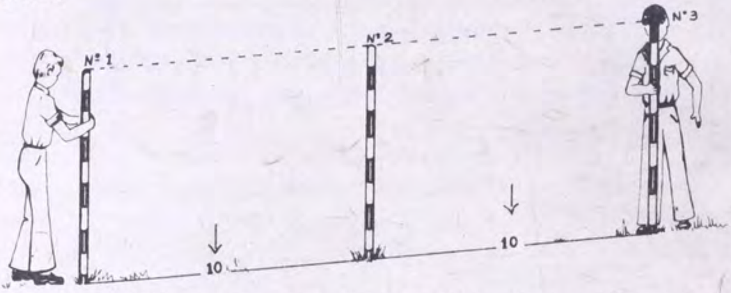
Cuando el segundo jalón, o sea, el que estamos sembrando, está en posición correcta, el operario No. 1 levanta juntos brazos en forma de cruz y los baja simultáneamente, indicándole al operario No. 2, que puede clavarlo porque está en posición correcta.



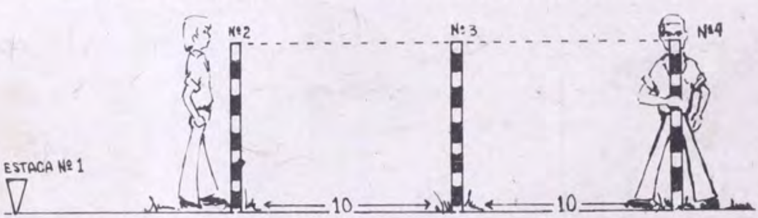
La distancia entre los jalones que estemos alineando debe ser dada por la longitud que permita la cinta métrica que estamos usando. Es aconsejable que haya una distancia de 10 metros entre los jalones pues de esa forma la cinta métrica nos alcanzará sin problema.

Cuando ya hemos alineado el primer jalón lo dejamos en ese lugar y procedemos a alinear un tercero. Estos tres jalones deben quedar en línea recta y para ello el operario No. 1 mira por encima del primer jalón y del segundo, para indicarle al operario No. 2 cómo debe mover el tercer jalón para que quede formando línea recta con los dos anteriores.

Cuando ya tenemos alineados tres jalones, arrancamos el primero y ese lugar lo marcamos con un gancho o estaca. Ese jalón pasa a ser alineado después del tercero y así se va corriendo sucesivamente.



En esta gráfica podemos ver cómo se alinean los tres jalones.



La gráfica indica la forma como se van corriendo los jalones en el trazado y la estaca que queda marcando los puntos que ellos determinan.

El caballete

Es un aparato muy fácil de hacer, de fácil manejo y muy útil para las actividades del campo.

El caballete sirve para trazar cultivos en curvas de nivel, para trazar barreras y para trazar acequias de ladera.

El caballete está formado por:

a. Un listón de dos metros de largo.

b. Dos patas con 67 centímetros de largo, cada una.

c. Un nivel.

d. Una regla movible.

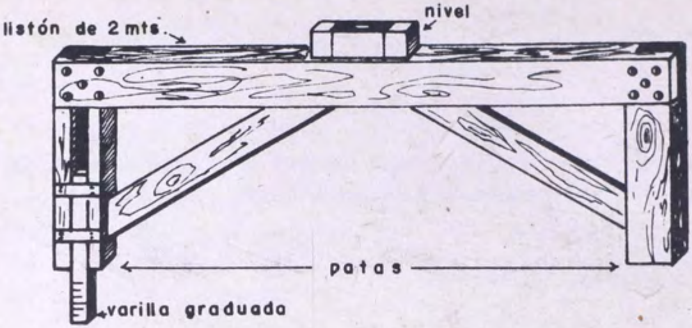
e. Travesaños de las patas, de dos metros, para darle fuerza.

Materiales necesarios para hacer el caballete:

a. Dos listones de madera de dos metros de largo, siete centímetros de ancho y cuatro centímetros de grueso.

b. Un nivel pequeño.

c. Dos platinitas de metal de siete centímetros de largo, por cuatro de ancho.



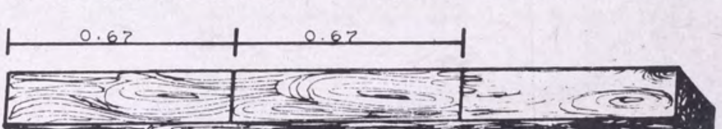
d. Dos tablitas de cuarenta centímetros de largo por cinco de ancho.

e. Puntillas de dos pulgadas.

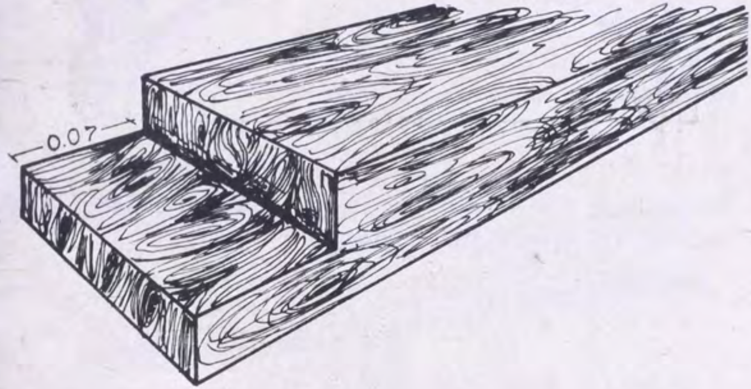
f. Colbón o cola para madera.

Forma de hacerlo:

1. Tomamos un listón de 2 m, le trazamos dos marcas de 67 cms cada una y cortamos. Nos quedan dos listones de 67 cms y uno de 66 cms. Los listones de 67 cms son las patas del caballete.



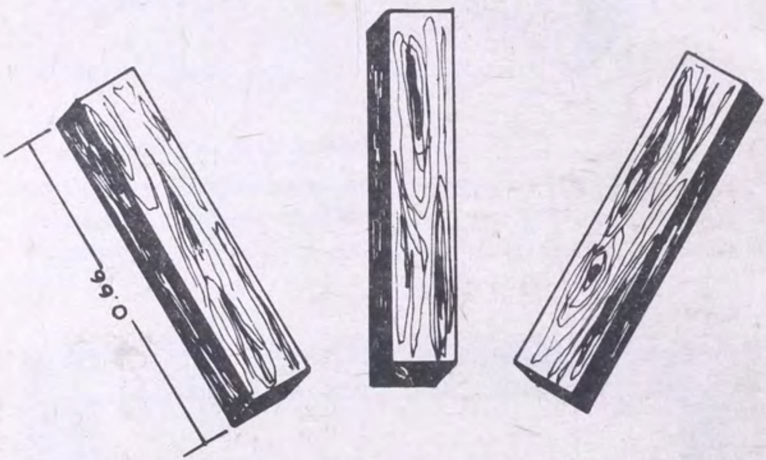
2. Al otro listón de 2 m, le hacemos en cada uno de sus extremos una cajita de 7 cms. Esta misma cajita la hacemos en el extremo de cada listón, que servirá de pata en el caballete para ensamblarlo, encajarlo mejor.



3. Después de hacer estas cajas, le aplicamos colbón o cola para madera y armamos los tres palos, quedando ensamblado el aparato con un travesaño de 2 m y las dos patas de 67 cms, cada una.

4. Tomamos las dos tablitas de 40 cms y las clavamos para asegurar las patas al listón de dos metros.

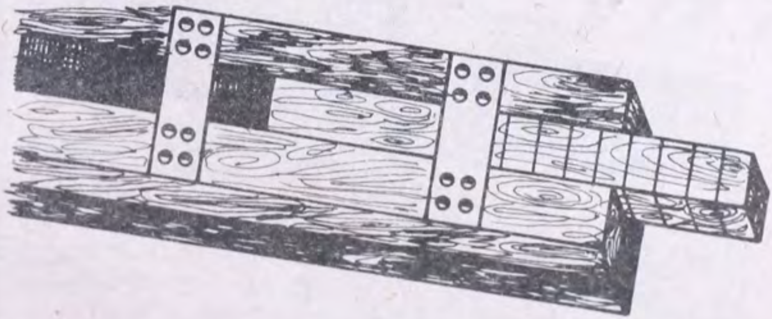
5. Tomamos el pedazo de 66 cms que queda y lo cortamos a lo largo, en tres reglas o listones iguales.



6. Por un lado de una pata, que será el frente del caballete, clavamos los dos listones de 66 cms, dejando en el centro el lugar para el tercero que será la regla movible. Los bordes exteriores de estos dos listones deben empatar, quedar iguales con la pata.

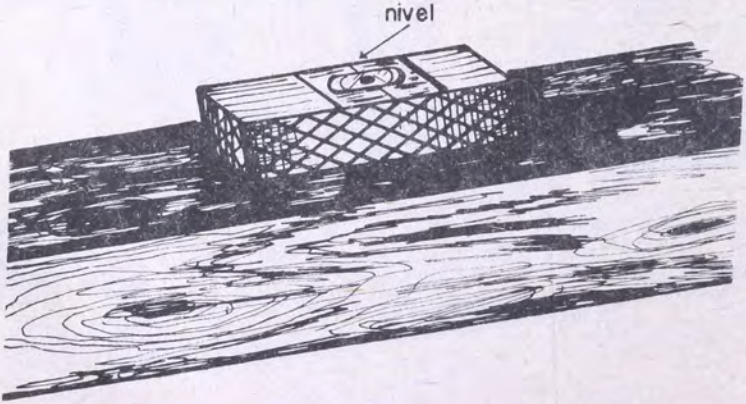
7. A la regla movible de 66 cms le trazamos diez marcas con un centímetro de distancia entre cada una. Los trazos se pueden profundizar con el serrucho, para que sean más visibles.

8. Para darle firmeza a la regla movible, después de haberla colocado entre las dos reglas fijas, clavamos las dos platinitas de siete centímetros a las dos reglas fijas para que no dejen salir la regla movible.



9. Para facilitar el trabajo con el caballete y que la regla movible no se corra ni se mueva cuando la estamos usando, la aseguramos con dos tornillos que atraviesan una de las reglas fijas y al apretarlos, aprisionan la regla movible para que no se corra.

10. Por encima del listón de 2 m, medimos cuál es el centro, o sea, un metro de la punta y en ese lugar colocamos el nivel. Para asegurarlo se puede hacer una caja al listón con un formón o también se puede hacer una caja con unos palitos pegados al listón que sostengan el nivel.

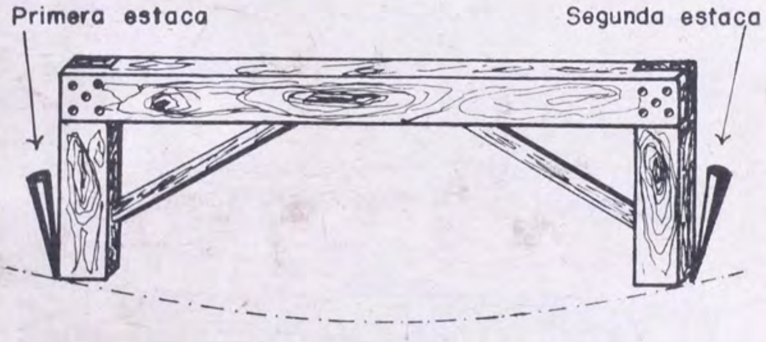


Forma de usar el caballete:

El caballete sirve para trazar líneas que estén al mismo nivel, en una pendiente, o sea, curvas a nivel. También sirve para trazar líneas con determinado desnivel o declive para conducir aguas.

a. Forma de trazar curvas a nivel: no se utiliza la regla movible.

1. Clavamos una estaca guía o inicial sobre el terreno.
2. Colocamos junto a la estaca guía, una de las patas del caballete.
3. Movamos la otra pata de abajo hacia arriba del terreno, fijándonos que siempre esté tocando el suelo. Cuando la burbuja del nivel esté indicando "a nivel", dejamos quieta la pata, pues esto nos indica que las dos patas están a la misma altura, están a nivel.



4. Clavamos una segunda estaca junto a la pata que hemos dejado de girar.

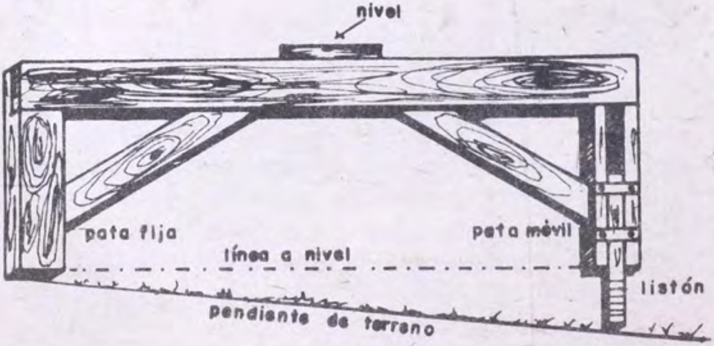
5. Levantamos el caballete y hacemos la misma operación desde la segunda estaca, para marcar una tercera estaca y así sucesivamente, hasta terminar de trazar la curva.

b. Forma de trazar una curva con pendiente o desnivel: para esta operación sí utilizamos la regla movible.

1. Determinamos el desnivel que deseamos. Por ejemplo, si deseamos un desnivel del dos por ciento ($2^{o}/o$), multiplicamos este número por dos, el resultado nos indica cuántos centímetros debemos utilizar de la regla movible. 2 x 2 = 4. Debemos utilizar 4 centímetros de la regla movible.

2. Una vez graduado el caballete, comenzamos a trabajar de la parte alta hacia abajo.

3. Colocamos el caballete con la pata movible hacia la parte baja del terreno.



4. Hacemos la misma operación de marcar con las estacas, en la forma como lo hicimos cuando estábamos trazando curvas a nivel.

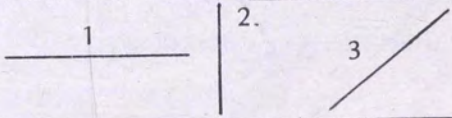
Declive del terreno: el declive o inclinación de un terreno se mide por porcentaje (%). Cuando en un metro de terreno hay dos centímetros de declive, se dice que tiene el 2% de desnivel. Si un terreno que tiene cinco metros, tiene quince centímetros de declive, dividimos 15 cms por el número de metros de tierra, en este caso 5 m y el resultado es el porcentaje de declive.

$$15 \div 5 = 3\%$$

3% es el declive del terreno en mención.

Repasemos nuestros conocimientos: completemos las frases que están incompletas en la columna del lado derecho. Luego veamos las respuestas en la columna del lado izquierdo.

RESPUESTA	PREGUNTA
Longitud	La distancia entre dos puntos se llama ____________.
Superficie	____________ es lo que nos permite conocer dos dimensiones, largo y ancho.
Volumen	____________ es lo que nos permite conocer las tres dimensiones, de los cuerpos: largo, ancho y alto.
Punto	Encontramos un ____________ en la unión de dos líneas que se cruzan.

Línea	La sucesión de puntos se llama _______.
1. Recta 2. Curva 3. Mixta 4. Quebrada	Las clases de línea que hay según la forma que tienen, son: 1. Línea ________________. 2. Línea ________________. 3. Línea ________________. 4. Línea ________________.
1. Horizontal 2. Vertical 3. Oblicua	La línea 1. es la línea ______________. La línea 2. es la línea ______________. La línea 3. es la línea ______________. 
Paralelas	Líneas ________________ son las líneas que, por más que se prolonguen, nunca se unen.
Plano	Figuras planas son las que están sobre un mismo ____________________.

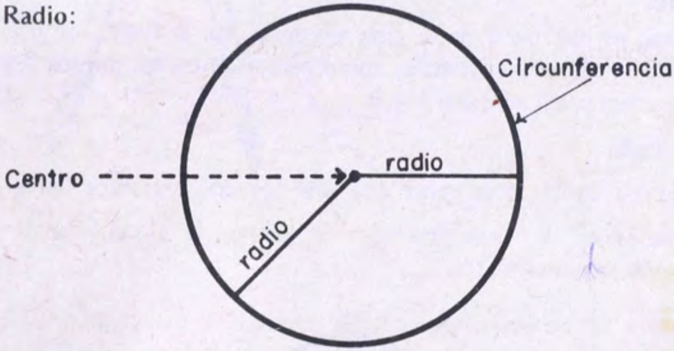
LA CIRCUNFERENCIA

La circunferencia es una línea curva cerrada, que tiene todos sus puntos a igual distancia de otro punto llamado **centro**.

Podemos ver circunferencias en el borde de un pocillo, en la rueda de una bicicleta, en el borde de una moneda de diez centavos, etc.

Partes de la circunferencia

a. Radio:

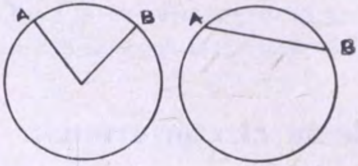


Radio es la línea recta que va desde el centro de la circunferencia a cualquier punto de ella.

b. Diámetro:

Diámetro es la línea que divide la circunferencia en dos partes iguales.

Toda línea recta que pase por el centro de la circunferencia y toque dos lados de ella, se llama diámetro. El diámetro es igual a dos radios.



c. **Arco**

Arco es una parte de la circunferencia. En la figura, el arco es la parte de la circunferencia, comprendido entre los puntos A y B. Los extremos del arco son A y B.

d. **Cuerda:**

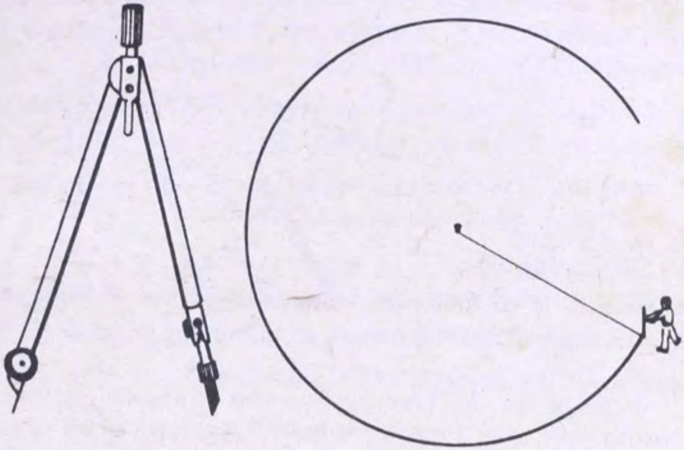
Cuerda es la línea recta que une los dos extremos del arco.

Grados de la circunferencia: Dividamos la circunferencia en trescientas sesenta partes.

Cada una de estas partes se llama **grado** de la circunferencia. Grado es la trescienta sesentaava parte de la circunferencia. Para indicar que trabajamos con grados, escribimos en la parte superior derecha del número un cerito. Ejemplo: 360^o. Se lee así: trescientos sesenta grados.

No importa lo pequeña o grande que sea la circunferencia, siempre tiene trescientos sesenta grados (360^o).

El compás:



Para dibujar sobre el papel circunferencias perfectas, debemos utilizar el compás. Para usarlo, colocamos la punta metálica en donde será el centro de la circunferencia y la otra punta, donde está colocado el lápiz, gira, dibujando así la circunferencia.

Cómo dibujar circunferencias en el suelo: colocamos una estaca en el lugar donde será el centro de la circunferencia. Buscamos una piola que tenga la longitud del radio de la circunferencia que queremos trazar y una punta de esta piola la amarramos a la estaca. Al girar, la otra punta va marcando la circunferencia en el suelo con otra estaca, así tendremos una circunferencia perfecta para cualquier necesidad.

Este método puede utilizarse para marcar las circunferencias del campo de baloncesto, para trazar un jardín en forma redonda y para muchos usos más.

Longitud de la circunferencia: Si deseamos saber cuánto alambre necesitamos para un corral que tiene forma circular, es indispensable conocer la longitud de la circunferencia. Para hallar la longitud de ella, multiplicamos el diámetro por 3.1416. Este número es una constante que se llama "PI" y que se representa así: π.

Ejemplo: Cuántos metros de alambre necesitamos para cercar una huerta que tiene forma circular. Su radio es de 3 metros.

Solución: Si el radio es 3 metros, el diámetro es 6 metros, o sea, que multiplicamos 6 metros por 3.1416.

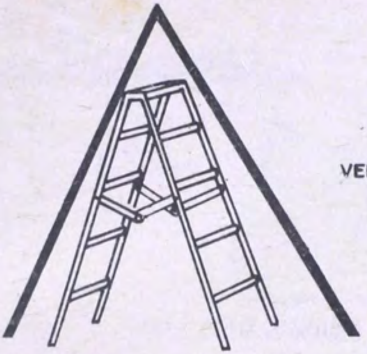
Longitud de la
Circunferencia $= \pi \times 2r = 6$ metros $\times$ $3.1416 = 18.8496$ metros.

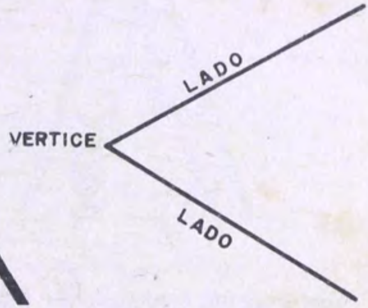
Necesitamos 18.8496 metros de alambre para cercar esa huerta.

Problema No. 1.: Tenemos 5 metros de alambre para una cerca circular que tiene 2 metros de radio. ¿Cuánto alambre se necesita?

RESPUESTA	PREGUNTA
Circunferencia Centro	____________ es la línea curva cerrada que tiene todos sus puntos a igual distancia de otro punto llamado ____________ .
Radio	____________ es la línea que va desde el centro de la circunferencia a cualquier punto de ella.
Diámetro	La línea que divide la circunferencia en dos partes iguales se llama ____________.
Arco	____________ es una parte de la circunferencia.
Grado	____________ es la trescienta sesentaava parte de la circunferencia.

ANGULOS





Angulo es el espacio que hay entre dos líneas que tienen el mismo punto de origen.

Partes del ángulo

Las líneas de un ángulo se llaman **lados** y el lugar donde los lados se unen se llama **vértice**.

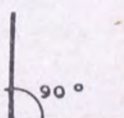
Clases de ángulos según sus grados

Dijimos que la circunferencia tiene 360^{o}. Si la dividimos en cuatro partes iguales, se forman cuatro ángulos.

Cada uno de estos ángulos tiene 90o.

a. Angulo recto:

Angulo recto es el que tiene 90^{o}.



Se forma ángulo recto al encontrarse la pared con el piso, también en los parales de una ventana.

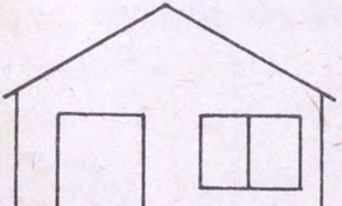
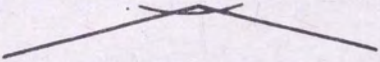
b. Angulo agudo:

Angulo agudo es el que tiene menos de 90^{o}.

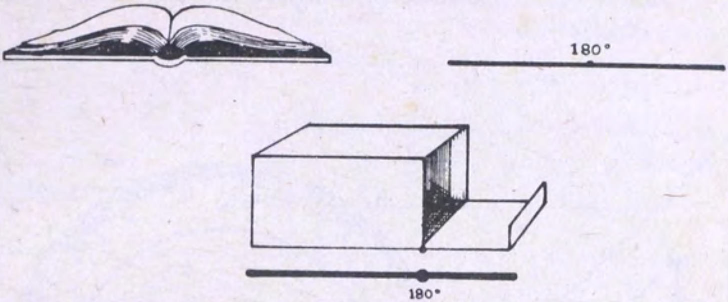
Una escalera parada contra la pared forma un ángulo agudo, al estirar y abrir dos dedos de la mano, se forma un ángulo agudo.

c. Angulo obtuso:

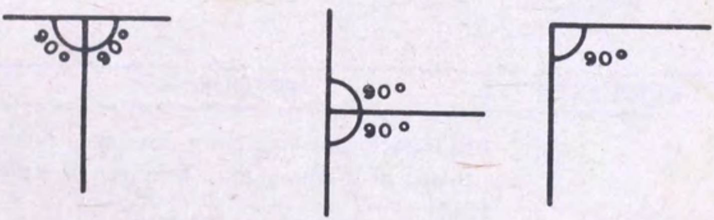
Angulo obtuso es el que tiene más de 90^{o}.

d. Angulo llano:



Angulo llano es el que tiene 180°, o sea, la mitad de la circunferencia.

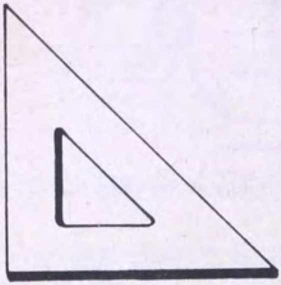
Líneas perpendiculares:

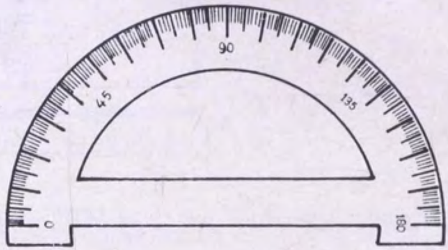


Línea perpendicular es la línea que al encontrarse con otra línea o superficie, forman un ángulo de 90°. No importa la posición de las dos líneas que se encuentran, si hay 90° son perpendiculares.

La escuadra y el transportador o graduador

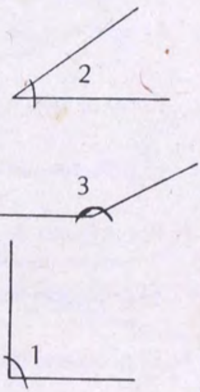
La escuadra es un elemento muy importante para trazar ángulos rectos y dibujar líneas.





El transportador o graduador nos ayuda a determinar los grados de un ángulo. Con él podemos buscar los grados necesarios para dibujar correctamente los ángulos.

RESPUESTA	PREGUNTA
Angulo	El espacio que hay entre dos líneas que tienen el mismo punto de origen se llama ____________________.
Lados y vértice	Las partes del ángulo son ____________ y ______________________.
90^{o}	Angulo recto es el que tiene ___________.
Obtuso	El ángulo que tiene más de noventa grados se llama ________________.

Agudo	_______________ es el ángulo que tiene menos de noventa grados.
Perpendiculares	Las líneas que al encontrarse forman un ángulo de noventa grados, se llaman líneas ___________________________.
1. Recto 2. Agudo 3. Obtuso	Coloque en cada espacio el nombre correspondiente del ángulo: 1. _______________ 2. _______________. 3. _______________ 
Transportador y escuadra	Los dos elementos para medir ángulos y trazar líneas son ______________________ y ___________________________.

POLIGONOS

La palabra **polígono** viene de dos vocablos. **Poli** que quiere decir varios y **gonos** que quiere decir lados. Con esto podemos deducir que:

Polígono es una superficie plana que está limitada por varios lados.

El piso de una pieza es un polígono porque está limitado por varios lados, por varias líneas que están demarcadas por las paredes.

Clases de polígonos según sus lados: según el número de lados que tenga un polígono, así será su nombre.

a. El polígono de tres lados se llama **triángulo**.

b. El polígono de cuatro lados se llama **cuadrilátero**.

c. El polígono de cinco lados se llama **pentágono**.

d. El polígono de seis lados se llama **hexágono**.

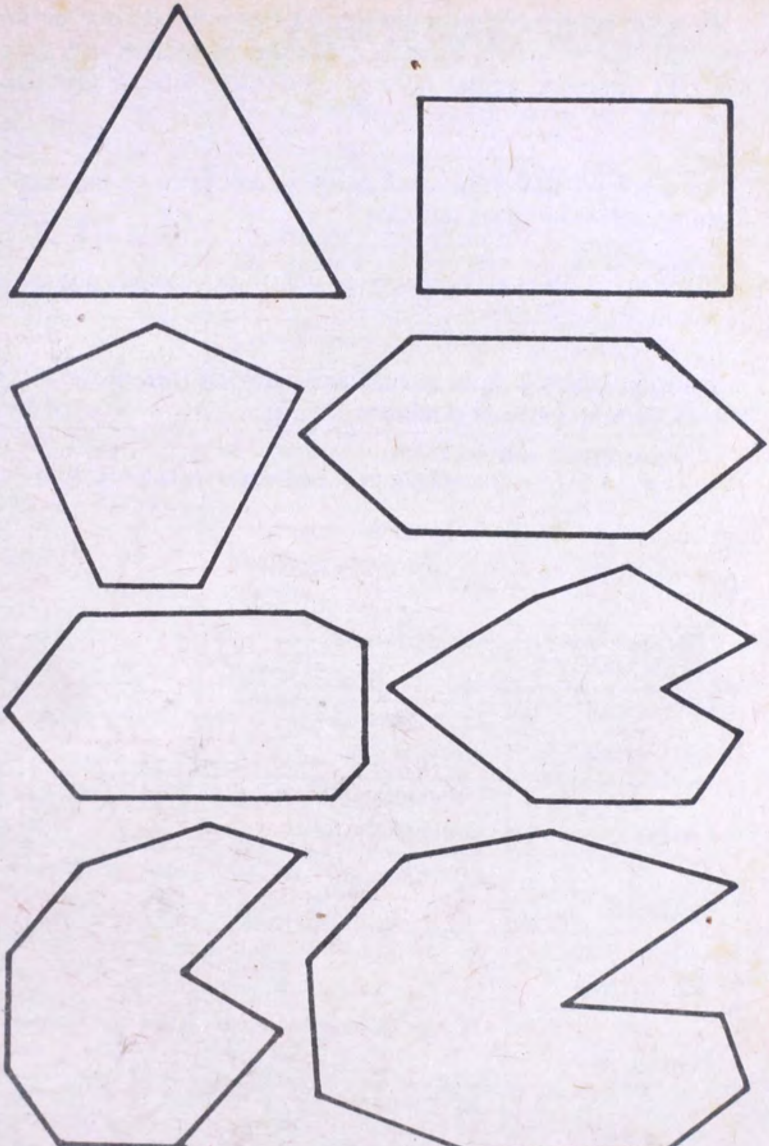
e. El polígono de siete lados se llama **heptágono**.

f. El polígono de ocho lados se llama **octágono**.

g. El polígono de nueve lados se llama **eneágono**.

h. El polígono que tiene diez lados se llama **decágono**.

i. Los polígonos que tienen más de diez lados se nombran por el número de lados que tienen. Por ejemplo, un polígono que tiene doce lados, se dice "polígono de doce lados".



El perímetro: es el contorno de una figura. Es el total de sus fronteras. El perímetro de un pentágono es el total de sus cinco lados. El perímetro de una finca es la suma o el total de sus linderos.

Longitud del perímetro: para hallar el perímetro de una superficie hay que sumar todos sus lados.

Ejemplo: ¿Cuál es el perímetro de una finca cuadrada que tiene 15 metros de lado?

Solución: como la finca es cuadrada todos sus lados serán de 15 metros. Sumamos 4 veces el número 15, así:

15 + 15 + 15 + 15 = 60 metros, es el perímetro de la finca.

RESPUESTA	PREGUNTA
Poli y gonos	La palabra polígono viene de dos vocablos que son: ________ y ________ .
Lados	Polígono es la superficie plana que está limitada por varios ____________ .
Triángulo	El polígono de tres lados se llama ________________.
Cuadrilátero	El polígono de cuatro lados se llama ________________.
Pentágono	El polígono de cinco lados se llama ________________ .
Hexágono	El polígono de seis lados se llama ________________ .

Heptágono	El polígono de siete lados se llama ______________________.
Octógono	El polígono de ocho lados se llama ______________________.
Eneágono	El polígono de nueve lados se llama ______________________.
Decágono	El polígono de diez lados se llama ______________________.
Polígono de 13 lados	Un polígono que tiene trece lados se denomina: ______________ ____ _____ ______________.
Perímetro	El total de límites de una figura se llama ______________________.
Sumar	Para saber la longitud del perímetro de una figura hay que ___________ todos sus lados.
P = l + l + l + l	La fórmula para hallar el perímetro de un cuadrilátero es: ______________________.

TRIANGULOS

Triángulo es la figura geométrica que tiene tres lados y tres ángulos.

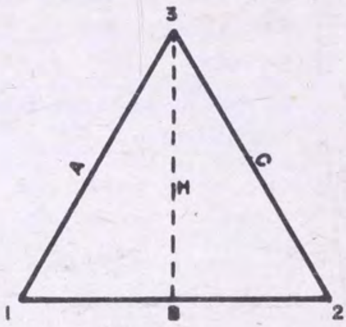
Partes del triángulo

a. Lados: son las líneas que lo limitan.

b. Angulos o vértices: es el lugar donde se unen los lados.

c. Altura: es la línea imaginaria que va desde cualquier vértice al lado opuesto formando con el lado líneas perpendiculares.

d. Base: lado perpendicular con la línea que nos indica la altura.

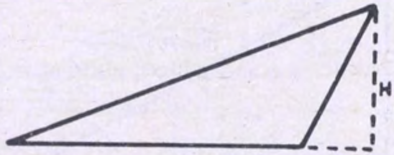


En la figura a, b, c, son los lados. 1, 2, 3, los ángulos. h es la altura y b es la base y al mismo tiempo es un lado.

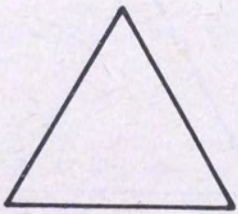
Como nos damos cuenta, la altura del triángulo es la perpendicular, que va desde un lado que llamamos base, hasta el vértice opuesto. Cuando la línea que nos indica la altura no puede ser perpendicular con la base, prolongamos la base hasta que se encuentre con la línea que indica la altura y que se origina en el vértice.

Clases de triángulos según sus lados

a. Triángulo equilátero es el que tiene sus tres lados iguales.



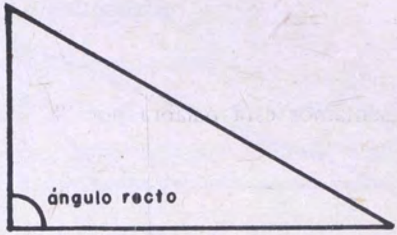
b. Triángulo isósceles es el que tiene dos lados iguales.



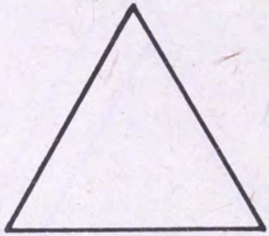
c. Triángulo escaleno es el que tiene sus tres lados desiguales.

Clases de triángulos según sus ángulos

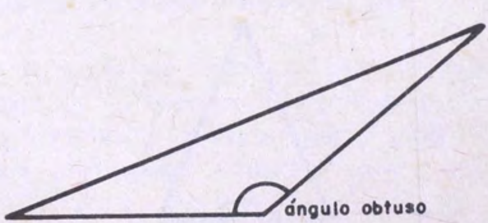
a. **Triángulo rectángulo**: es el triángulo que tiene su ángulo mayor recto.



b. **Triángulo acutángulo**: es el triángulo que tiene sus tres ángulos agudos.



c. **Triángulo obtusángulo**: es el triángulo que tiene su ángulo mayor obtuso.



Fórmulas: para conocer el área o superficie de un triángulo o de cualquier figura geométrica, es necesario saber qué método hay para hacerlo. En geometría se utilizan las fórmulas para simplificar esto métodos.

Fórmula es la representación en letras o en símbolos, de los factores o números de una determinada operación.

Esto simplifica el trabajo pues en lugar de escribir "altura" en la fórmula, representamos esta palabra por "h" o sea que "h" es igual al dato numérico de la altura.

Ejemplo: hallar el perímetro de un polígono pentágono que tiene todos sus lados de tres metros.

Ya sabemos que para hallar el perímetro hay que adicionar todos los lados. Representemos esto en letras: lado = l

perímetro = P

Como es un pentágono la fórmula será:

$$P = l + l + l + l + l$$

Suplantación o cambio de términos: es cambiar las letras por los números correspondientes:

$$P = l + l + l + l + l = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15 \text{ ms}$$

15 metros es el perímetro del pentágono.

Area del triángulo: para hallar el área del triángulo, multiplicamos la base por la altura y este producto lo dividimos por dos.

$$\text{Area} = \frac{\text{base x altura}}{\text{dividido por } 2}$$

La fórmula es: $A = \frac{b \;.\; h}{2}$

Ejemplo: Hallar el área de un terreno triangular que tiene de base 10 metros y de altura 6 metros.

b = 10 metros
h = 6 metros

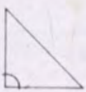
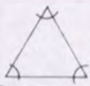
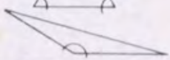
Aplicamos la fórmula y hacemos las operaciones indicadas.

$$A = \frac{b \;.\; h}{2} = \frac{10\ m \times 6m}{2} = 30\ m^2$$

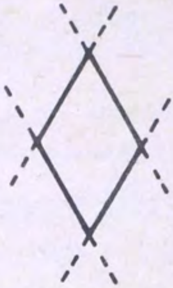
El área del terreno es de 30 metros cuadrados.

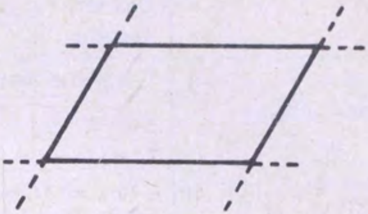
Problema No. 2.: ¿Cuál es el área de una finca triangular que tiene 40 metros de base y 30 metros de altura?

Forma de hacer un triángulo rectángulo o un ángulo recto en el terreno: tomamos una cinta que tenga doce metros. Una persona toma el lugar donde están marcados tres metros, otra donde están marcados los siete metros en la cinta y una tercera persona une la punta de la cinta y el lugar donde están marcados los doce metros. Al templar se forma un triángulo rectángulo y los lados a y b (en la figura) forman un ángulo recto.

RESPUESTA	PREGUNTA
Triángulo	________________ es la figura geométrica que tiene tres lados y tres ángulos.
Lados, base, vértices y altura	Las partes de un triángulo son: ________ ________________, ________________ y ________________.
Triángulos	Según sus lados, hay tres clases de ________________.
Equilátero	________________ es el triángulo que tiene sus tres lados iguales.
Isósceles	El triángulo que tiene dos lados iguales y el otro desigual es el triángulo ________________.
Escaleno	Cuando un triángulo tiene todos sus lados desiguales se llama triángulo ________.
1. Rectángulo 2. Acutángulo 3. Obtusángulo	Coloque en cada espacio el nombre del triángulo correspondiente, según la clase de ángulos que tenga. 1. Triángulo ________.  2. Triángulo ________.  3. Triángulo ________. 
$A = \frac{b \cdot h}{2}$	La fórmula para hallar el área del triángulo es: ________________________.

PARALELOGRAMOS





Ya sabemos que **líneas paralelas** son las líneas que conservan la misma distancia y que, por más que se prolonguen, nunca se unen.

Paralelogramos son los cuadriláteros que tienen sus lados opuestos paralelos.

Vemos paralelogramos en la portada de un libro, en una ventana, en una puerta, en una cancha de baloncesto reglamentaria.

Clases de paralelogramos

a. El cuadrado

Cuadrado es el paralelogramo que tiene sus cuatro lados iguales y sus cuatro ángulos son rectos.

Area del cuadrado: para hallar el área de un cuadrado, multiplicamos dos de sus lados entre sí.

Ejemplo: hallar el área de una pieza cuadrada que tiene su lado de 4 metros.

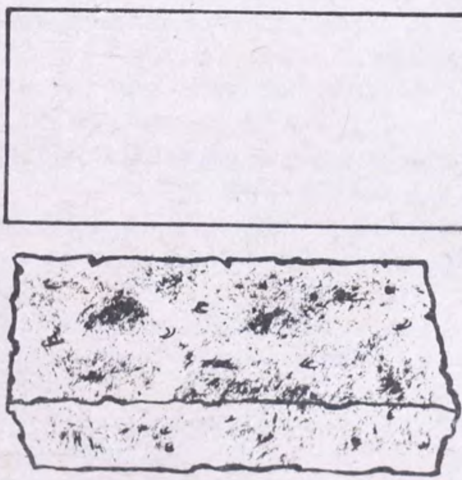
Solución: siendo que el cuadrado tiene sus lados iguales, multiplicamos lado por lado. La fórmula es: $A = l \times l$.

$A = l \times l = 4m \times 4\,m = 16$ metros

El área del piso de la pieza es de 16 metros cuadrados.

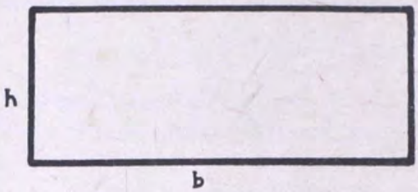
Problema No. 3.: hallar el área de una huerta casera cuadrada, que tiene de lado 30 metros.

b. **El rectángulo**:

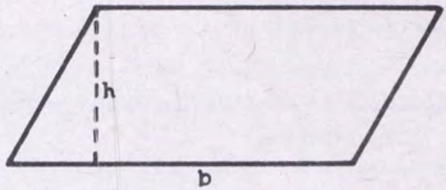


Rectángulo es el paralelogramo que tiene todos sus ángulos rectos y sus lados opuestos son iguales.

Partes del rectángulo:



b = base
h = altura



Area del rectángulo: para hallar el área del rectángulo multiplicamos base por altura. La fórmula es: $A = b \times h$.

Ejemplo: hallar el área de una finca rectangular que tiene de base 30 metros y de altura 15 metros.

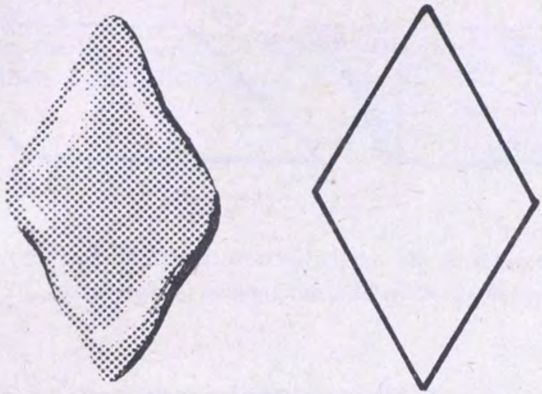
Solución: aplicamos la fórmula y hacemos las operaciones indicadas.

$A = b \times h = 30m \times 15m = 450$ metros cuadrados

El área de la finca es de 450 metros cuadrados.

Problema No. 4.: ¿cuántos metros cuadrados de baldosín necesitamos para una pieza que tiene forma rectangular. Su base es de 3 metros y su altura de 2 metros?

c. **El rombo:**



Rombo es el paralelogramo que tiene sus cuatro lados iguales, pero sus ángulos no son rectos.

Area del rombo: para hallar el área del rombo multiplicamos su base por su altura. Su fórmula es: $A = b \times h$.

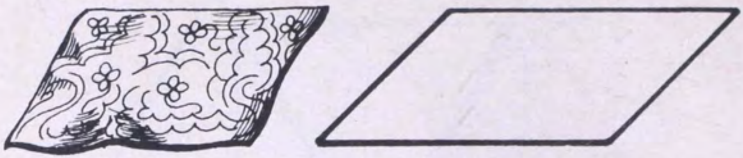
Ejemplo: hallar el área de una parcela en forma de rombo que tiene de lado 3 metros.

Solución: aplicamos la fórmula y hacemos las operaciones indicadas.

$A = b \times h = 3m \times 3m = 9$ metros cuadrados

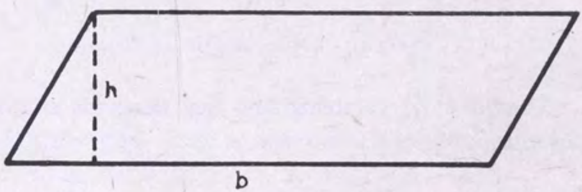
Problema No. 5.: ¿Cuál es el área de un potrero en forma de rombo que tiene de lado 20 metros?

d. **El romboide:**



El romboide es un paralelogramo que tiene sus lados opuestos paralelos de dos en dos, pero sus ángulos no son rectos.

h = altura
b = base



Area del romboide: para hallar el área del romboide, multiplimos la base por la altura. La altura de un romboide es la distancia que hay entre las dos bases. h = altura.

Ejemplo: hallar el área de un terreno en forma de romboide que tiene de base 40 metros y de altura 20 metros.

Solución: aplicamos la fórmula y hacemos las operaciones indicadas.

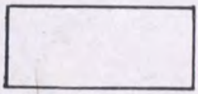
$A = b \times h = 40m \times 20\ m = 800$ metros cuadrados

El área del terreno es de 800 metros cuadrados.

Problema No. 6.: ¿Cuál es la superficie de un romboide que tiene de base 15 metros y de altura 8 metros?

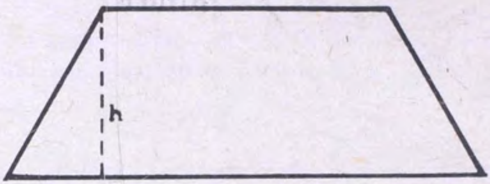
Podemos darnos cuenta que para hallar el área de todos los paralelogramos se multiplica base por altura.

Repasemos los conocimientos adquiridos en este capítulo, completando las frases que faltan.

RESPUESTA	PREGUNTA
Paralelogramo	Esta figura se llama ______________. 
Paralelos	Paralelogramo es el cuadrilátero que tiene sus lados opuestos ______________.
Lados	Cuadrado es el paralelogramo que tiene todos sus ______________ iguales.
Rectángulo	____________________ es el paralelogramo que tiene todos sus ángulos rectos y sus lados opuestos iguales.
Rombo	El paralelogramo, que tiene sus lados iguales, pero sus ángulos no son rectos, se llama ____________________.

Romboide	________________________ es el paralelogramo que tiene sus lados opuestos paralelos de dos en dos pero sus ángulos no son rectos.
Altura	Para hallar el área de cualquier paralelogramo hay que multiplicar base por ________________________.

El trapecio:

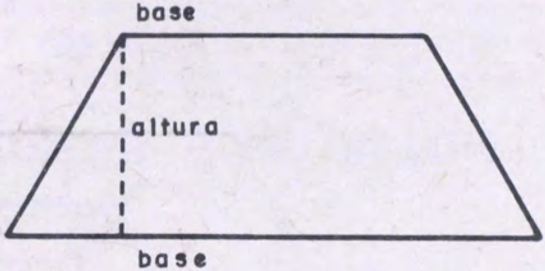


El trapecio es un cuadrilátero que tiene dos lados paralelos y dos no.

Partes:

a. Bases son los dos lados paralelos.
b. Altura es la distancia que hay entre las dos bases.

B = base mayor
b = base menor



Area del trapecio: para hallar el área del trapecio, debemos seguir los siguientes pasos:

Primero: Sumar las dos bases: $B + b$

Segundo: Esa suma la dividimos por dos: $\frac{B + b}{2}$

Tercero: Este resultado lo multiplicamos por la altura:

$$A = \frac{B + b}{2} \times h$$

La fórmula es: $$A = \frac{(B + b)}{2} h$$

Ejemplo: cuál es el área de un terreno en forma de trapecio que tiene una altura de 10 metros, su base mayor 16 metros y la base menor de 12 metros.

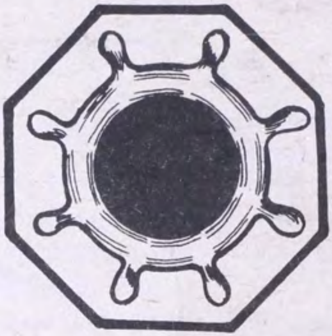
h = 10 metros
B = 16 metros
b = 12 metros

Solución: aplicamos la fórmula y hacemos las operaciones indicadas.

$$A = \frac{(B + b)}{2} h = \frac{(16 + 12)}{2} \times 10 = 14 \times 10 = 140 \text{ m}^2$$

Problema No. 7.: los materiales para un metro cuadrado (1m^2) de piso en cemento valen $ 50.00. Cuánto costará cementar un patio en forma de trapecio que tiene una altura de 6 metros. Su base mayor es de 12 metros y la menor de 8 metros.

POLIGONOS REGULARES



Polígono regular es la figura que tiene todos sus lados y ángulos iguales.

Partes del polígono regular

a. **Lados**: son los segmentos de recta que lo limitan.

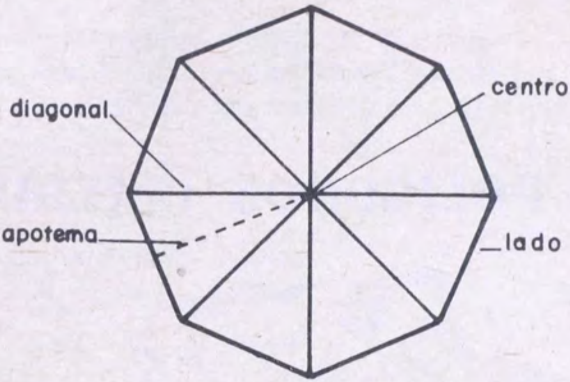
b. **Centro**: es el punto que está a igual distancia de todos los vértices y lados.

c. **Apotema**: es la línea perpendicular que va del lado al centro de la circunferencia.

d. **Diagonales:** son las líneas que van desde los vértices al centro del polígono.

En la figura: l representa lado; c el centro; a apotema y d diagonal.

l = lado
c = centro
a = apotema
d = diagonal



Area del polígono regular: para hallar el área de un polígono regular, multiplicamos el perímetro por la apotema y este producto lo dividimos por dos.

Recordemos que el perímetro es la suma total de los lados.

Fórmula: a = apotema
l = valor de cada lado
n = número de lados

La fórmula es: $A = \frac{a \times l \times n}{2}$

Ejemplo: hallar el área de un pentágono regular cuyo apotema es de 3 metros y su lado mide 2 metros.

Solución: l = 2 metros
a = 3 metros
n = 5 l

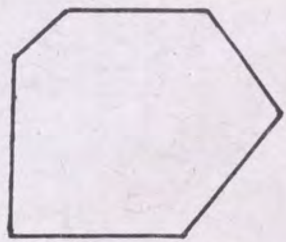
Aplicamos la fórmula y hacemos las operaciones indicadas.

$$A = \frac{a \times l \times n}{2} = \frac{3 \times 2 \times 5}{2} = 15 \ m^2$$

El área del pentágono es de 15 metros cuadrados

Problema No. 8.: ¿Cuántos metros cuadrados de terreno debèmos preparar si deseamos tener una huerta en forma de hexágono que tenga 2 metros en cada lado y una apotema de 3 metros?

POLIGONOS IRREGULARES



Polígono irregular es el que no tiene lados, ni ángulos iguales.

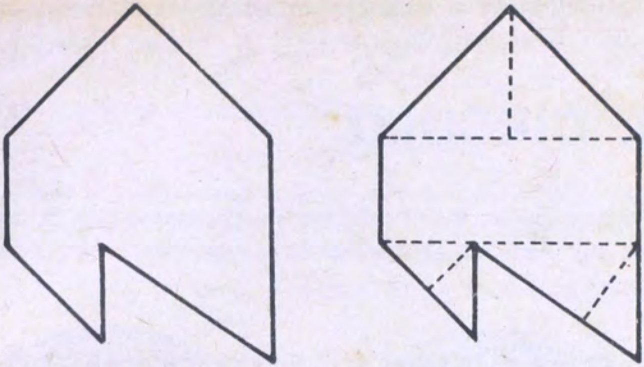
Area del polígono irregular: para hallar el área de un polígono irregular, lo dividimos en triángulos. Después de hallar el área de cada triángulo las sumamos y este total nos da el área del polígono irregular.

Ejemplo: hallar el área del polígono irregular A que tiene los siguientes datos: triángulo a: b = 15m; h = 6m

b: b = 6m; h = 3m

c: b = 8m; h = 4m

rectángulo d: b = 15m; h = 5m



Hallamos las áreas de las figuras indicadas.

Triángulo a: $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{15m \times 6m}{2} = 45m^2$

Triángulo a = 45 metros cuadrados.

Triángulo b: $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{6m \times 3m}{2} = 9\,m^2$

Triángulo b = 9 metros cuadrados.

Triángulo c: $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{8m \times 4m}{2} = 16m^2$

Triángulo c = 16 metros cuadrados.

Rectángulo d: $A = b \times h = 15m \times 5m = 75m^2$

Rectángulo d = 75 metros cuadrados.

Ahora sumamos estas áreas: 145 metros cuadrados.

Area del polígono irregular A = 145 metros cuadrados.

Esto de los polígonos irregulares es importante porque muchos terrenos tienen formas irregulares.

EL CIRCULO

Dijimos que la circunferencia es una línea curva cerrada que tiene todos sus puntos a igual distancia de otro punto llamado centro.

El área o superficie que está dentro de la circunferencia se llama círculo.

Círculo es la porción de plano limitada por la circunferencia.

Area del círculo: para hallar el área del círculo multiplicamos el radio por sí mismo. Esto es elevarlo al cuadrado. Teniendo el radio al cuadrado lo multiplicamos por la constante π. Ya sabemos que π es una constante que vale 3.1416.

La fórmula es: $A = \pi \times r^2$

Ejemplo: hallar el área de una huerta casera en forma de círculo que tiene un radio de 5 metros.

Solución: primero que todo multiplicamos el radio por sí mismo, o sea, que lo elevamos al cuadrado.

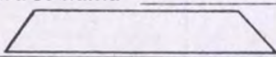
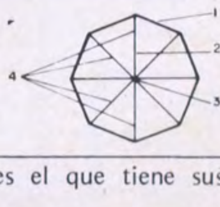
5m x 5m = 25 metros cuadrados

Teniendo el radio al cuadrado aplicamos la fórmula y hacemos las operaciones indicadas.

$$A = r^2 \times \pi = 25 \times 3.1416 = 78.54 m^2$$

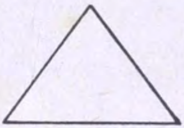
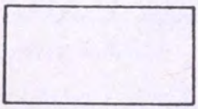
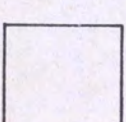
El área de la huerta es de 78.54 metros cuadrados.

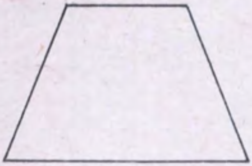
Problema No. 9.: ¿Cuánto espacio debemos preparar para un estanque circular que tiene un radio de 3 metros?

RESPUESTA	PREGUNTA
Trapecio	Esta figura se llama ____________. 
Polígono regular	__________ __________ es la figura que tiene todos sus lados y ángulos iguales.
Altura	Para hallar el área de un trapecio sumamos las dos bases y dividimos esta suma por dos; esta cantidad la multiplicamos por la mitad de la ______ __________.
1. Lado 2. Apotema 3. Centro 4. Diagonales	Las partes de un polígono regular son: 1. __________ 2. __________ 3. __________ 4. __________ 
Desiguales	Polígono irregular es el que tiene sus lados y ángulos ____________.

Círculo	El área que está limitada por la circunferencia se llama ________________.
3.1416	π es una constante que vale __________.
$\pi \cdot r^2$	La fórmula para hallar el área del círculo es ____________________.

CUADRO DE AREAS ESTUDIADAS

FIGURA	OPERACIONES PARA HALLAR EL AREA	FORMULA
Triángulo 	Base por altura y este producto se divide por dos.	$\frac{b \cdot h}{2}$
Paralelogramo 	Base por altura	$b \cdot h$
Cuadrado 	Lado por lado	$l \cdot l$

Trapecio 	La mitad de la altura por la suma de las bases.	$\frac{(B + b)}{2} h$
Polígonos regulares 	Perímetro por apotema y este producto se divide por dos.	$\frac{p \ . \ a}{2}$
Círculo 	π por el cuadrado del radio	$\pi \ . \ r^2$

VOLUMENES

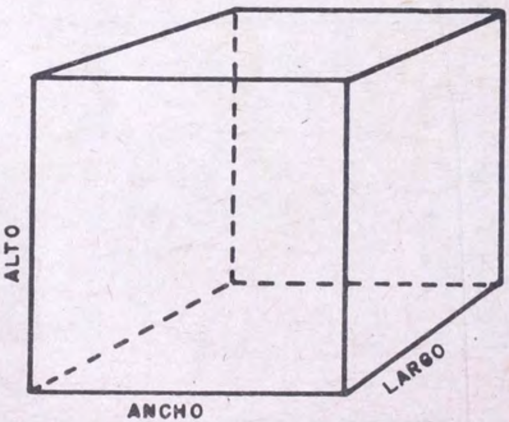
Ya sabemos que longitud es lo que nos permite conocer una dimensión: lo largo.

La superficie nos permite determinar dos dimensiones: largo y ancho.

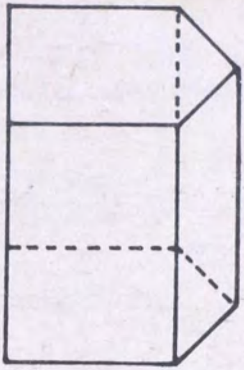
Volumen es lo que nos permite conocer tres dimensiones: largo, ancho y alto.

Volumen de un cuerpo es la cantidad de espacio que ocupa.

Es importante saber determinar el volumen de los objetos, para conocer el espacio que ocupa una caja, una caneca, etc.



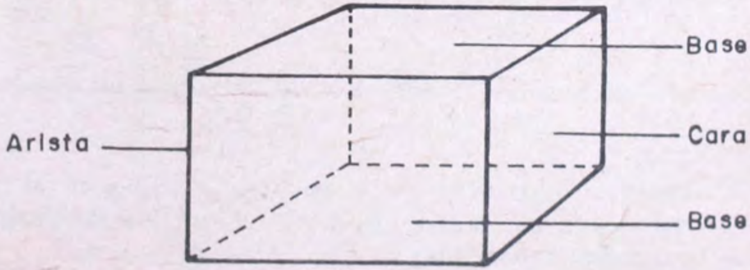
El prisma



Los prismas son cuerpos geométricos que tienen de base dos polígonos iguales y paralelos. Sus caras laterales son paralelogramos.

Partes del prisma

a. Bases: son los dos polígonos, el inferior y el superior.
b. Caras: son los paralelogramos que unen las dos bases y que forman los lados del prisma.
c. Aristas: son las líneas que limitan a las caras.



Clases de prismas según sus bases

Los prismas reciben su nombre según la base que tengan.

Cuando sus bases son triángulos se llaman **prismas triangulares.**

Cuando sus bases son cuadriláteros se llaman **prismas cuadrangulares.**

Cuando sus bases son pentágonos se llaman **prismas pentagonales.**

Cuando sus bases son hexágonos se llaman **prismas hexagonales.**

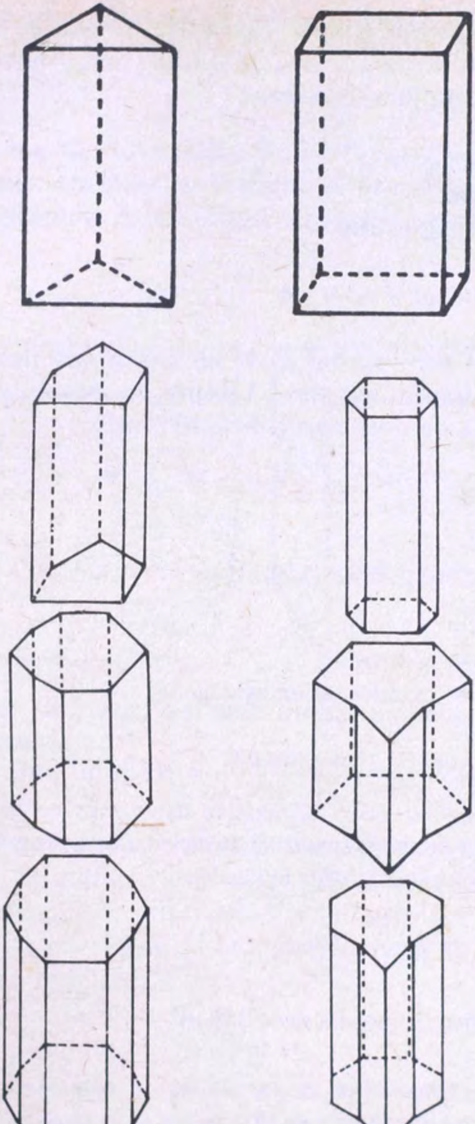
Cuando sus bases son eptágonos se llaman **prismas eptagonales.**

Cuando sus bases son octágonos se llaman **prismas octogonales.**

Cuando sus bases son eneágonos se llaman **prismas eneagonales.**

Cuando sus bases son decágonos se llaman **prismas decagonales.**

Cuando sus bases tienen más de diez lados se denominan por el número de lados que tengan. Ejemplo: si su base tiene doce lados se llama **prisma de doce caras.**



Volumen de los prismas: para hallar el volumen de un prisma, encontramos primero el área de la base y luego multiplicamos este número por la altura del prisma.

V = volumen
h = altura
B = Area de la base

La fórmula es: $V = h \times B$

Ejemplo: qué volumen tiene un prisma que tiene de base un pentágono regular, que tiene 3 metros de apotema y su lado mide 5 metros. La altura del prisma es de 10 metros.

Solución:
Pasos:

a. Encontramos primero la superficie de la base.

apotema = 3 metros
lado = 5 metros
n. lados = 5 lados (es un pentágono)

$$A = \frac{a \times l \times n}{2} = \frac{3m \times 5m \times 5}{2} = 37.50\ m^2 \text{ superficie de base.}$$

b. Como ya tenemos la superficie de la base, aplicamos la fórmula y hacemos las operaciones indicadas.

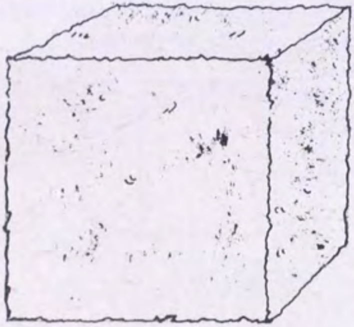
$$V = h \times B = 10m \times 37.50\ m^2 = 350m^3$$

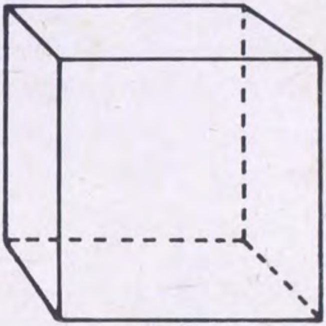
El volumen del prisma es de $350\ m^3$.

Al tratar estos temas de los volúmenes, es bueno saber que un decímetro cúbico es igual a un litro de agua. Un metro cúbico tiene mil litros de líquido. Por esto es bueno saber cuál es el volumen de los prismas, para saber qué cantidad de líquido pueden contener. Si usted puede calcular el volumen de la alberca, podrá saber cuánta agua tiene.

Problema No. 10.: cuántos días durará el agua en una alberca que tiene una base rectangular de 3 metros de base y 2 de ancho. La altura de la alberca es de 3 metros. Diariamente se gastan mil litros.

El cubo





El cubo es un prisma que tiene sus bases y caras cuadradas y todas son iguales.

Area del cubo: para hallar el área del cubo podemos aplicar la fórmula que utilizamos para los prismas, porque el cubo es un prisma pero hay otra forma más sencilla. Como todas sus tres dimensiones son iguales, multiplicamos lo largo por lo alto por lo ancho. El producto de estas multiplicaciones es el volumen del cubo.

l = largo
h = altura
a = ancho
La fórmula es: V = l x h x a

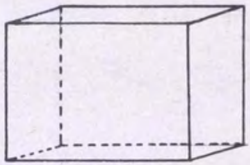
Ejemplo: cuál será el volumen de un cubo que tiene de lado 3 metros.

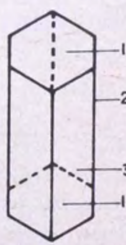
Solución: como todos sus lados son iguales, aplicamos la fórmula ya dicha.

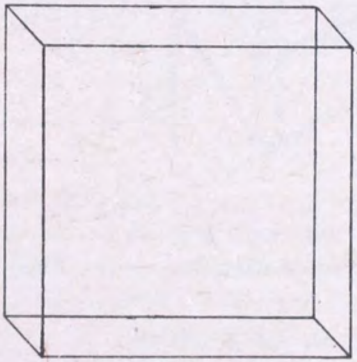
$V = l \times h \times a = 3m \times 3m \times 3m = 27m^3$

Volumen del cubo = $27\ m^3$

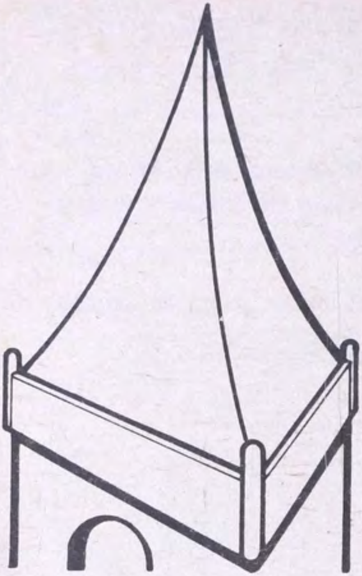
Problema No. 11.: cuántos litros de leche puede contener un recipiente en forma de cubo que tiene de lado 20 decímetros.

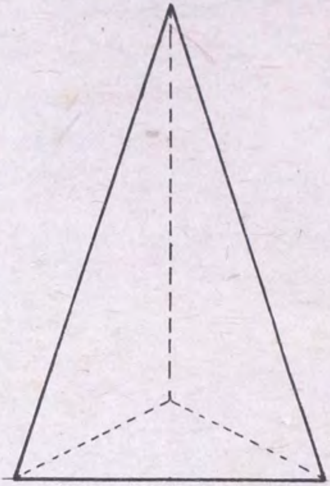


RESPUESTA	PREGUNTA
Volumen	______________ de un cuerpo es la cantidad de espacio que ocupa.
Prisma	El cuerpo que tiene como bases a dos polígonos iguales y paralelos y que sus caras laterales son paralelogramos se llama ______________.
1. Base 2. Arista 3. Cara 1. Base	Las partes de un prisma son: 1. ______________. 2. ______________. 3. ______________. 1. ______________. 

Triangular	Cuando un prisma tiene de bases dos triángulos se llama prisma ______________.
Altura	Para hallar el volumen de un prisma encontramos el área de la base y la multiplicamos por la ______________________ del prisma.
Cubo	Esta figura se llama ____________________. 
largo ancho, alto.	Siendo que el cubo tiene sus tres dimensiones iguales, para hallar su área multiplicamos lo ____________________ por lo ____________________ por lo __________.

La pirámide





La pirámide es un cuerpo que tiene como base un polígono cualquiera, sus caras son triángulos y todas sus aristas se encuentran en un mismo punto llamado vértice de la pirámide.

Partes de la pirámide

a. Base: polígono que da forma a la pirámide y al que se unen todas las caras.

b. Caras: Triángulos que limitan a la pirámide.

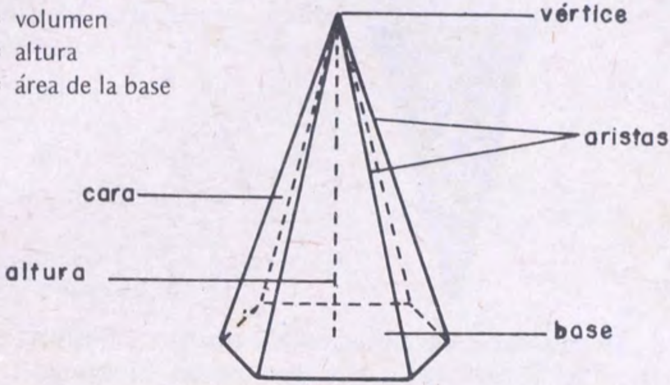
c. Vértice: punto donde se encuentran todas las aristas de la pirámide.

d. Aristas: líneas donde se unen los triángulos de la pirámide.

e. Altura: es la línea que va del centro de la base al vértice de la pirámide.

Volumen de la pirámide: para hallar el volumen de una pirámide, dividimos la altura por tres y este cociente lo multiplicamos por el área de la base.

V = volumen
h = altura
B = área de la base



La fórmula es: $V = \frac{1}{3} h \times b$

Ejemplo: ¿cuál es el volumen de una pirámide que tiene de altura 6 metros y su base tiene una superficie de 10 metros cuadrados?

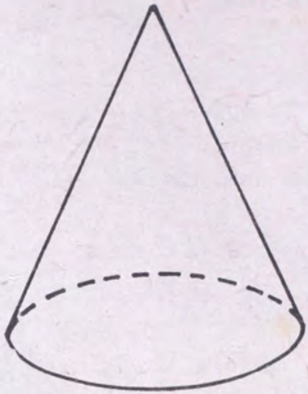
Solución: dividimos la altura por tres y hacemos la multiplicación como lo indica la fórmula.

$$V = \frac{1}{3} h \times B = \frac{6}{3} \times 10m^2 = 20m^3$$

El volumen de la pirámide es de $20m^3$

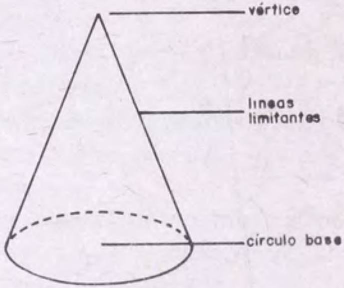
Problema No. 12.: ¿Cuál es el volumen de una pirámide que tiene una altura de 18 metros y una base de 45 metros cuadrados?

El cono



El cono es un cuerpo geométrico que tiene como base un círculo y sus líneas limitantes se unen en un mismo punto llamado vértice del cono.

Partes del cono



a. Base: Es un círculo sobre el que se apoya el cono.

b. Líneas limitantes: son las líneas que van de la base al vértice del cono.

c. Vértice: es el punto donde se unen las líneas limitantes del cono.

d. Altura: es la línea que va desde el centro del círculo base al vértice del cono.

Volumen del cono: para hallar el volumen del cono dividimos la altura por tres y ese cociente lo multiplicamos por el área de la base.

Como la fórmula para hallar el área de un círculo es πr^2 y en la mayoría de los casos tenemos que hallar el área de la base del cono para saber su volumen, podemos unir la fórmula así:

h = altura
v = volumen
r^2 = radio al cuadrado
π = pi = 3.1416

La fórmula es: $V = \frac{1}{3}\ h \times \pi \times r^2$

Ejemplo: hallar el volumen de un cono que tiene de altura 6 centímetros y su base tiene un radio de 3 centímetros.

Datos del problema:

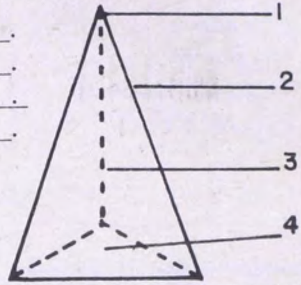
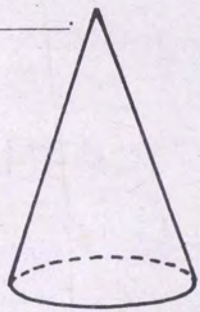
$h = 6$ cm
$r^2 = 9$ cm
$\pi = 3.1416$

Cambiamos términos y hacemos las operaciones indicadas:

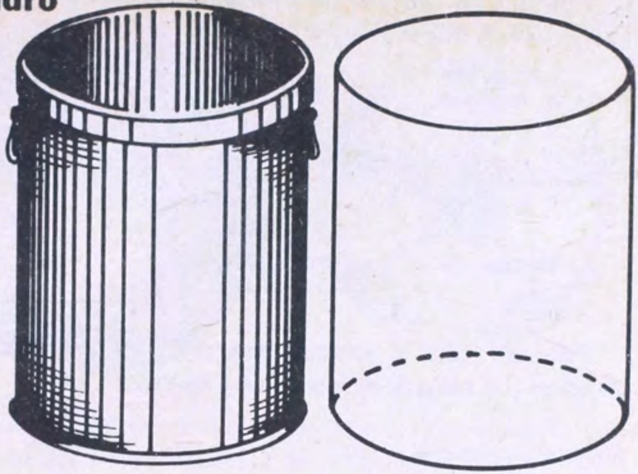
$$V = \frac{1}{3} h \times \pi \times r^2 = \frac{6}{3} \times 3.1416 \times 9 = 56.5488 \text{ cm}^3$$

Volumen del cono: 56.5488 cm^3

Problema No. 13.: qué capacidad en litros tiene un embudo en forma de cono, que tiene una altura de 9 dm y su base tiene un radio de 4 dm.

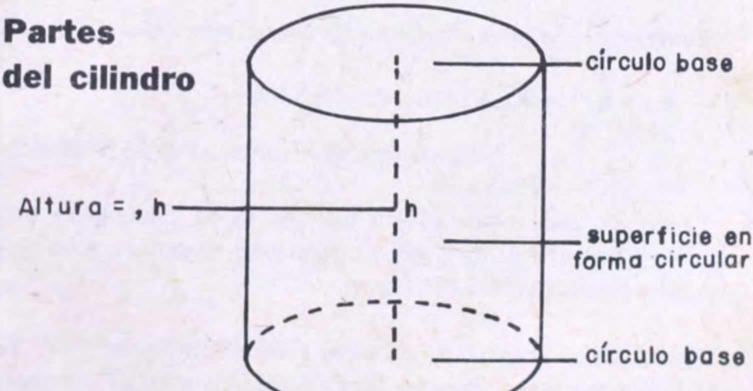
RESPUESTA	PREGUNTA
Pirámide	El cuerpo geométrico que tiene de base un polígono cualquiera y sus caras son triángulos que convergen a un mismo punto se llama ______________.
1. Vértice 2. Arista 3. Cara 4. Base	Las partes de una pirámide son: 1. __________. 2. __________. 3. __________. 4. __________. 
Altura	Para hallar el volumen de la pirámide, encontramos el área de la base y esto lo multiplicamos por un tercio de la ______________.
Cono	Esta figura se llama un _____. 
$V = \frac{1}{3}h \cdot B$	El volumen del cono es igual a la base multiplicada por un tercio de la altura. La fórmula es: ______________.

El cilindro



El cilindro es un cuerpo que tiene de bases a dos círculos paralelos y está limitado por una superficie en forma de circunferencia.

Partes del cilindro



a. Dos bases en forma de círculos, que son paralelos.
b. Superficie en forma de circunferencia que lo limita.
c. Altura: es la línea que va desde el centro de una base a la otra.

Volumen del cilindro: para hallar el volumen del cilindro, hallamos el área de la base y la multiplicamos por la altura.

V = volumen
h = altura
r^2 = radio al cuadrado
π = pi = 3.1416

La fórmula es: $V = h \times \pi \times r^2$

Ejemplo: hallar el volumen de una caneca que tiene de altura 2 metros y el radio de su base es de 3 metros.

Datos del problema:

h = 2m
r^2 = 9m
π = 3.1416

Cambiamos términos y hacemos las operaciones indicadas.

$$V = h \times \pi \times r^2 = 2 \times 3.1416 \times 9 = 56.5488 \text{ m}^3$$

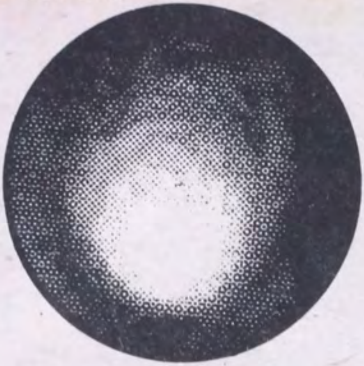
El volumen de la caneca es de 56.5488 m^3

Como en cada metro cúbico hay mil litros, esta caneca tiene capacidad para cincuenta y seis mil qüinientos cuarenta y ocho litros con ocho decilitros (56.548.8 litros).

Para pasar una cantidad de metros cúbicos a litros, solo hay que multiplicar por mil. Ejemplo: $28m^3$ = 28.000 litros de capacidad.

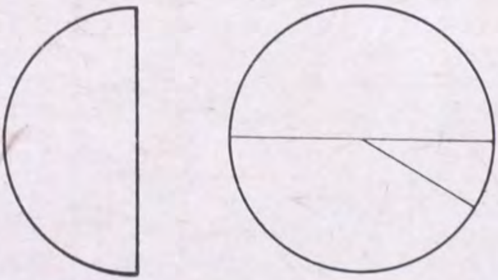
Problema No. 14.: cuántos litros puede contener una olla que tiene 5 dm de altura y el radio de su base es de 3 dm.

La esfera



La esfera es un cuerpo geométrico, producido por la revolución completa de un semicírculo alrededor de su diámetro.

Dividamos la esfera en dos partes:



Nos damos cuenta que en la mitad de la esfera hay un círculo. El radio y el diámetro de este círculo es el mismo radio y el mismo diámetro de la esfera.

Volumen de la esfera: para hallar el volumen de la esfera multiplicamos $\frac{4}{3}$ de π por el cubo del radio (r^3).

V = volumen
π = pi, 3.1416
r^3 = radio al cubo

La fórmula es: $V = \frac{4\pi \times r^3}{3}$

Ejemplo: cuál es el volumen de una pelota que tiene de radio 10 centímetros.

Planteamiento:

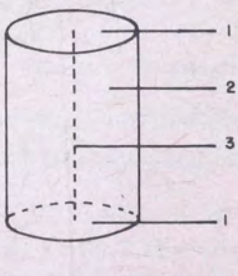
$V = ?$
$\pi = 3.1416$
$r^3 = 1.000 \text{ cm}$

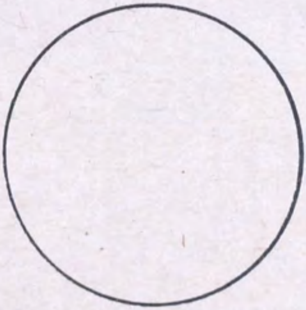
Aplicamos la fórmula y cambiamos los términos:

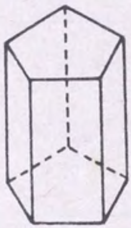
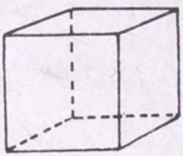
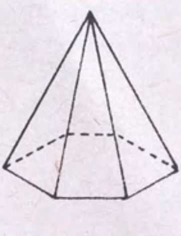
$$V = \frac{4\,\pi \times r^3}{3} = \frac{4 \times 3.1416 \times 1.000}{3} = 4.188,80 \text{ cm}^3$$

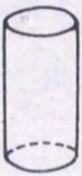
Volumen de la pelota: 4.188,80 cm^3

Problema No. 15.: cuál es el volumen de un balón que tiene como radio 5 cm.

RESPUESTA	PREGUNTA
Cilindro	____________________ es un cuerpo geométrico que tiene como bases dos círculos paralelos y su límite es una superficie en forma circular.
1. Base 2. Superficie circular 3. Altura 1. Base	Las partes del cilindro son: 1. ________________. 2. ________________. 3. ________________. 1. ________________. 

Altura	El volumen del cilindro se conoce hallando el área de la base y multiplicándola por la ________________________
Esfera	Esta figura se llama __________________ 
$\frac{4}{3}$	El volumen de la esfera se halla multiplicando ______ de π por el cubo del radio.

CUADRO DE VOLUMENES		
CUERPO	OPERACIONES PARA HALLAR EL VOLUMEN	FORMULA
Prisma 	Altura por área de la base.	$h \cdot B$
Cubo 	Lado al cubo	l^3
Pirámide 	Después de dividir la altura por tres, la multiplicamos por el área de la base.	$\frac{1}{3} h \cdot B$

Cono 	Dividimos la altura por tres y la multiplicamos por π y luego por el radio al cuadrado.	$\frac{1}{3}h \cdot \pi \cdot r^2$
Cilindro 	Altura por π por r^2	$h \cdot \pi \cdot r^2$
Esfera 	$\frac{4}{3}$ de π por el cubo del radio.	$\frac{4\pi \cdot r^3}{3}$

APLICACIONES PRACTICAS EN AGRIMENSURA

Hasta aquí hemos visto la forma como podemos utilizar la geometría para la medición de terrenos, según la figura que tengan. De aquí en adelante, veremos algunos casos especiales de la agrimensura, tales como la forma correcta de medir las montañas para no tomar medidas falsas; también el método geométrico para medir los ríos. En esta parte de la obra podemos ver la forma de dividir el terreno en figuras geométricas para hallarle su área.

Una parte importante de la agrimensura es la planimetría, o sea la técnica o forma de hacer un plano. En esta parte trataremos ese interesante y práctico aspecto.

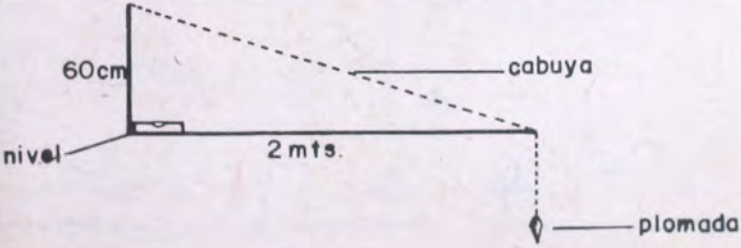
En la última parte tenemos el proceso y la solución de los problemas geométricos que hemos tratado en la parte de la geometría.

Forma de medir montañas

1) En algunos lugares se acostumbra medir los terrenos montañosos como se mide un terreno plano, sin tener en cuenta que la altura de la montaña aumenta la medida. No es correcto medir como superficie de un terreno la altura que tiene la montaña porque, al subir y bajar, la medida aumenta. Es necesario tener un método para saber qué terreno plano ocupa la montaña y esa sí es la superficie correcta del terreno. Diríamos que no hay que medir la montaña con su altura sino la cantidad de espacio que ella ocupa.

Hay una forma sencilla de medir el terreno que ocupa una montaña. Lo primero que debemos hacer es una escuadra de montaña. Esta escuadra es muy sencilla y cualquier persona puede hacerla.

Está formada por dos tablas: una de 2 metros y otra de 60 centímetros. También se le coloca un nivel y una cabuya o piola con una plomada que cuelgue por el extremo de la tabla de dos metros.

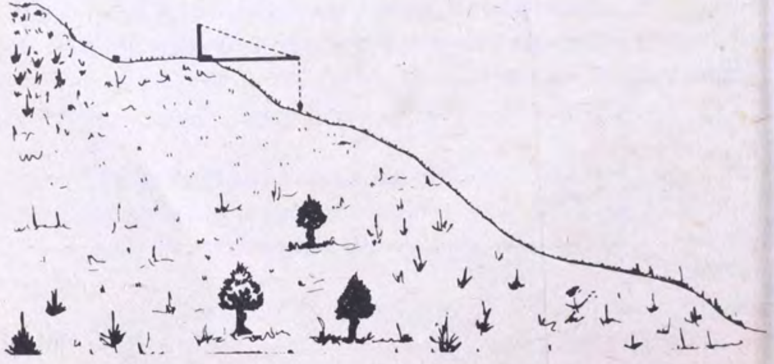


Para tomar estas medidas se necesitan tres personas: la primera debe estar mirando el nivel, la segunda sube o baja la escuadra, según lo indique la primera y va soltando la piola de la plomada, la tercera persona va colocando una estaca en el lugar donde cae la plomada.

Mecánica para medir: la persona que está mirando el nivel le indica a la persona que maneja la escuadra, si debe subirla o bajarla. Cuando la escuadra esté a nivel, la persona que maneja la escuadra va soltando la piola de la plomada hasta que ésta casi toque el suelo. La tercera persona clava una estaca en el punto que ha determinado la plomada.

2)

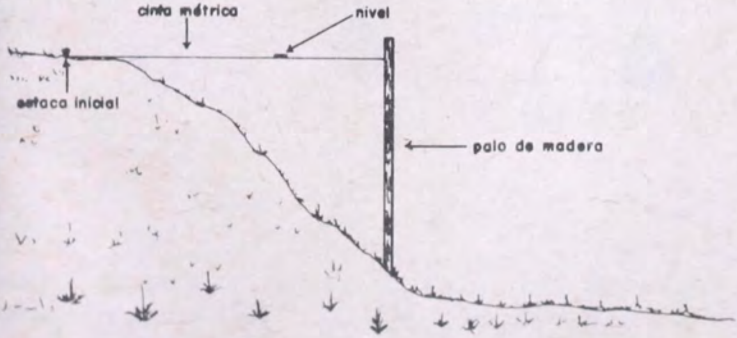
De esta segunda estaca iniciamos otra vez la medida para demarcar una tercera estaca y así sucesivamente.



Cuando ya hemos tomado todas las medidas de la pendiente, se cuentan los espacios que hay entre las estacas y, como la escuadra tiene 2 metros, multiplicamos esta cantidad por dos.

En la figura anterior hay ocho espacios. Hagamos la operación: 8 x 2 = 16 metros. La medida correcta del terreno es 16 metros.

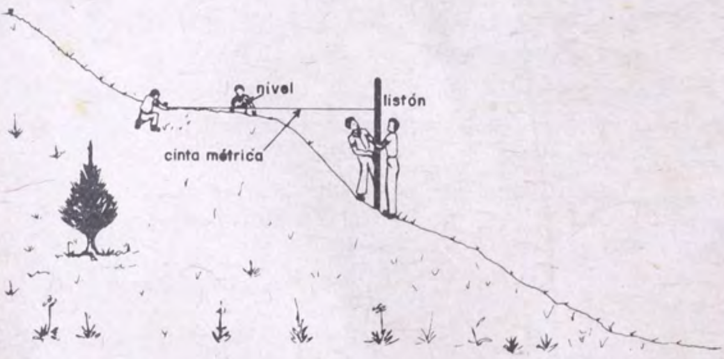
Hay otra manera más sencilla de medir los terrenos montañosos. Se necesitan cuatro personas, cinta métrica, una vara de dos metros de largo, un nivel manual.



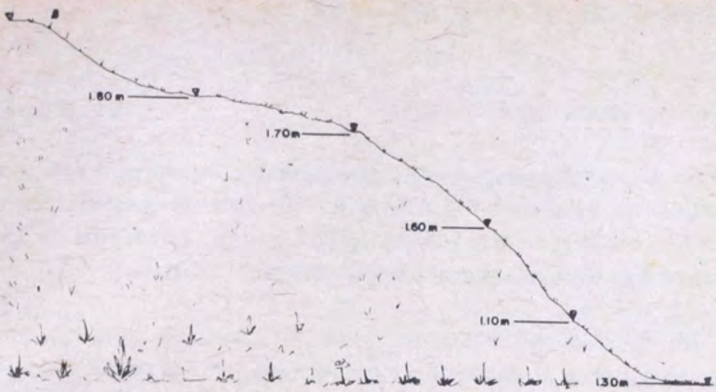
Mecánica para medir: la primera persona clava una estaca en el lugar inicial del trazado y en ese punto coloca la punta de la cinta métrica; la segunda coloca el nivel manual sobre la cinta métrica que

está tensa, pero sin hacerle mucho peso a la cinta con el nivel, la tercera maneja el listón y la cuarta mira qué tanto mide la cinta métrica y coloca en el lugar donde está parado el jalón o palo, una estaca para marcar el sitio.

Cuando la cinta está a nivel y el listón está verticalmente, la cuarta persona mira qué tanto mide la cinta y apunta este dato, luego retiran el listón y en ese punto se coloca una estaca. De esta estaca se inicia la segunda medida. De esa forma se procede sucesivamente.



Siendo que tenemos anotados los datos de todas las medidas tomadas, se suman y ese total da la longitud correcta del terreno que ocupa la pendiente.



Cuando hemos terminado la medición de la pendiente, sumamos esos datos y el total será la medida del terreno que ocupa la montaña. En la figura anterior, vemos las estacas y las distancias, hagamos la operación y veamos qué cantidad nos da:

1.80 m.
1.70 m.
1.60 m.
1.10 m.
1.30 m.

7.50 m. Este es el terreno, líneas que ocupa la montaña.

Estos sistemas se utilizan cuando la pendiente es muy alta y no permite hacer una medida por encima de ella. Cuando solo son hondonadas, pasamos la cinta métrica por encima y no es necesario hacer estas mediciones.

Forma de medir los ríos

Los ríos: propiedad del estado

Es importante conocer las disposiciones legales que hay sobre las fuentes de aguas en nuestra patria. En muchas ocasiones personas han comprado entre la superficie de la finca, una fuente de agua que no han debido comprar porque pertenece al Estado.

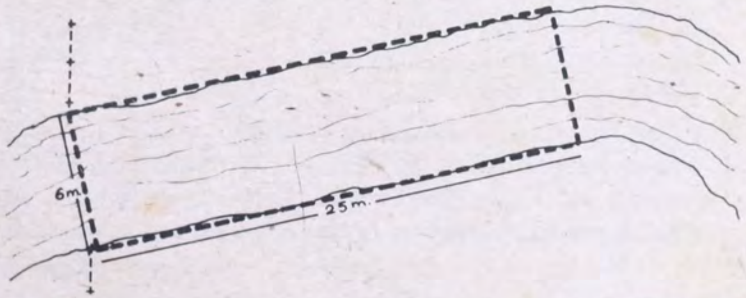
En relación con este tema es bueno saber que toda fuente de agua pertenece al gobierno y, por lo tanto, no se puede vender ni comprar. Solo cuando la fuente de agua nace y muere en la finca se puede considerar como propiedad del dueño de la finca. Si nace en la finca y termina fuera de ella, esta fuente es del Estado. Lo mismo ocurre si la fuente nace en otra parte y muere en el terreno. Por ello, al comprar una propiedad que tenga fuentes de agua, no podemos comprar la superficie, el área que ellas ocupan, porque no se pueden negociar con ellas, son propiedades gubernamentales. Cuando hay algún lago de buen tamaño en el terreno, el gobierno dice que es obligatorio permitir el uso de esas aguas a los vecinos siempre y cuando no tengan que pasar por la propiedad. Si el lago queda situado en el interior del terreno y quien desee utilizarlo debe pisar el terreno, deberá pedir permiso al dueño para poder llegar hasta el lago.

De esto podemos concluir que, cuando medimos un terreno para vender o comprar, hay que restarle la superficie que ocupan las fuentes de aguas que lo atraviesan. Estas superficies pertenecen al Estado.

Para medir la superficie de un río o una quebrada, debemos dividir o formar figuras geométricas al igual que hacemos cuando medimos un terreno. Estas áreas hay que restarlas a la superficie total del terreno, porque no pertenecen a él.

Forma de medir la superficie de un río o quebrada: cuando la fuente de agua es más o menos recta, se forma un rectángulo en tal forma que la distancia en la orilla sea la base y el ancho del río sea la altura.

Tenemos este trayecto del río que cruza el terreno, vamos a formar la figura geométrica que nos permita conocer su superficie.



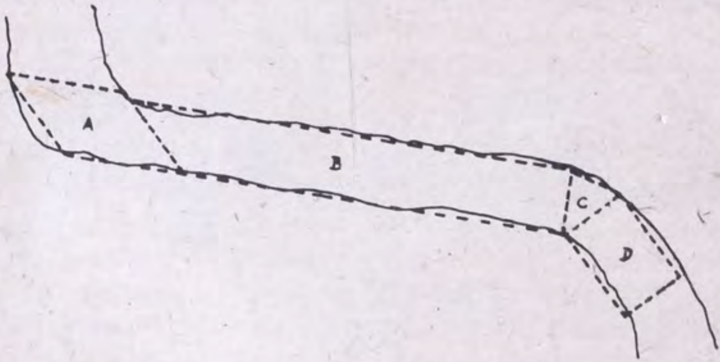
Hemos formado un paralelogramo rectángulo. Su base son los 25 metros de la orilla y su altura los 8 metros que tiene de ancho el río. De esta forma, aplicando la fórmula respectiva, podemos hallar la superficie del río para restarla al total del área del terreno.
A = b h = 25 x 8 = 200 metros cuadrados

La superifcie del río en este paralelogramo es de 200 m^2

Pero no todos los ríos son en línea recta, también tienen curvas a las que debemos dividir en figuras geométricas para obtener su área.

Tenemos, por ejemplo, este río que tiene dos partes curvas. Vamos a ver cómo hallamos su superficie.

Como mencionamos antes, dividimos en figuras geométricas a las que sea posible determinarles la superficie. En la primera curva hemos podido obtener la figura de un romboide y en la segunda la figura de un triángulo. Notemos que la figura B quedó formada por un trapecio.



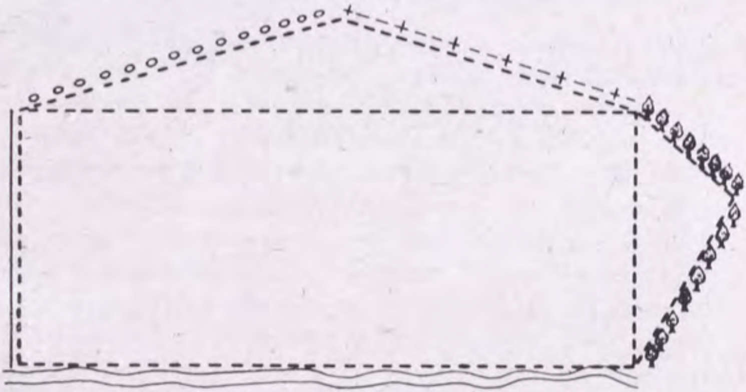
Después de determinar las áreas de estas figuras, esa cantidad la restamos de la superficie total del terreno, porque nadie debe comprar o vender fuentes de agua que pasen por la propiedad.

Dividir el terreno en figuras geométricas

Ya estudiamos en la parte de geometría, sobre las diferentes figuras geométricas y la forma de hallarles sus áreas respectivas. Estos conocimientos tienen su aplicación en la medición de los terrenos. Toda finca, parcela, etc., debe dividirse en una figura geométrica a la que podamos conocerle la superficie. No importa que un terreno tenga diferentes formas, debemos, con alineamientos de jalones, dividirlo en figuras a las que nos sea fácil hallarles el área.

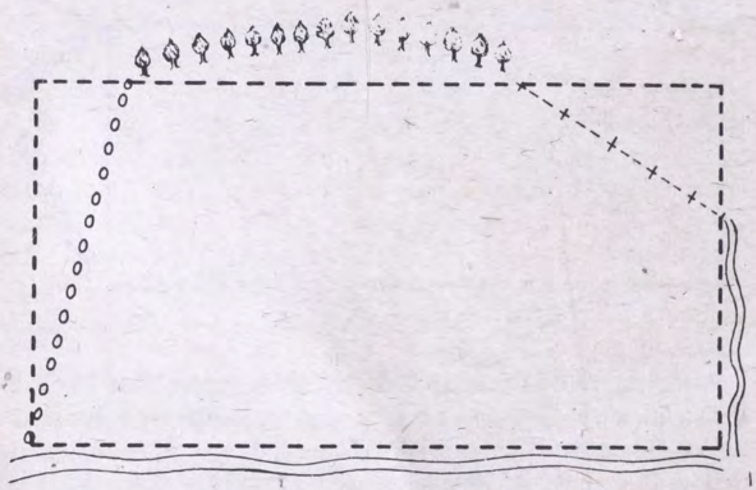
Las figuras geométricas que más se utilizan para dividir los terrenos en agrimensura son el triángulo, el paralelogramo, aunque se pueden usar las demás figuras en caso necesario.

En la figura podemos ver un terreno que ha sido dividido en un paralelogramo y dos triángulos. Después de hallar el área a cada una de estas figuras, las sumamos y el total será la superficie del terreno.



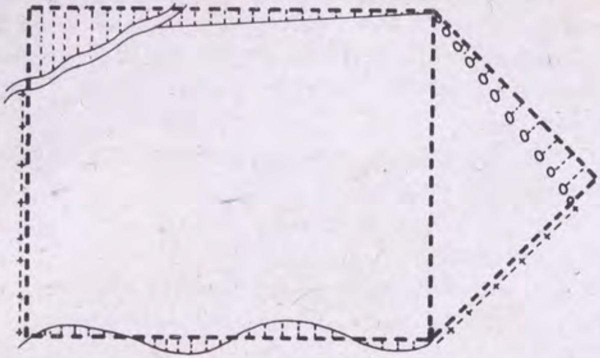
El hecho de dividir el terreno en figuras geométricas nos exige un **angulímetro**. Este aparato es la guía para determinar los grados de un ángulo en el terreno. Siendo que nos será difícil obtenerlo, solo utilizaremos los ángulos que nos permita determinar una escuadra. Ella nos ayuda a determinar ángulos de 45^{o}, 90^{o} y 135^{o}. Esto quiere decir que, en cada vértice del terreno, nos toca decidir qué angulo debemos tomar para formar la figura que deseamos hacer en el terreno. En cada vértice del terreno debemos parar y mirar cuál de estos tres ángulos permitirá que la línea que vamos a trazar quede más cerca al lindero del terreno. En ocasiones la línea que tracemos quedará muy adentro o muy afuera del lindero, pero si hemos visto que es el ángulo más apropiado para ese vértice, dejémoslo así que más adelante sabremos cómo hacer en estos casos.

En la figura vemos un terreno que forma un paralelogramo. Podemos ver que algunos lugares del terreno quedan fuera del trazado y otros quedan adentro, sin ser del terreno. Esto no interesa porque lo importante es formar una figura geométrica a la que podamos hallarle la superficie. Adelante sabremos cómo hacer con estas partes del terreno que quedan dentro o fuera del terreno.



Tenemos el ejemplo de dos terrenos que se han dividido en figuras geométricas. De esta misma forma se puede proceder con cualquier clase de terreno.

Internas y externas



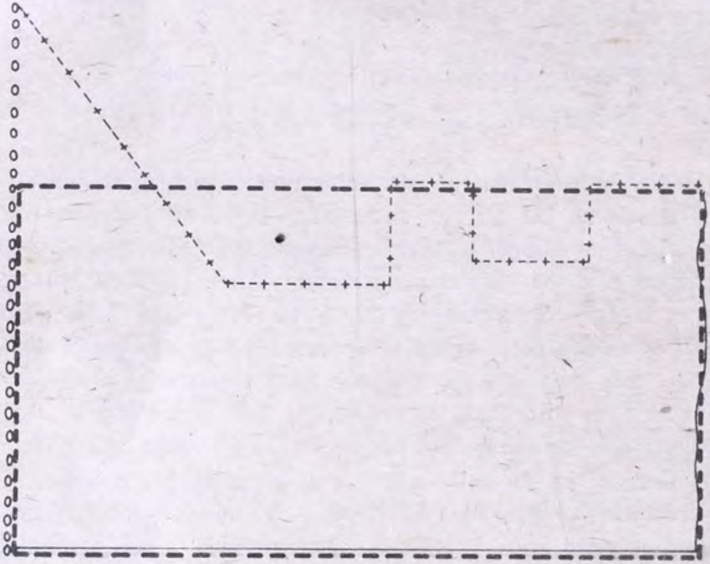
Hemos visto en los ejemplos anteriores y en el de la figura cómo hay partes del terreno que quedan fuera del trazado y otras partes, que no son del terreno, quedan dentro de la línea recta que trazamos o de la figura que hacemos. En estos casos trazamos perpendiculares desde la línea que trazamos hasta el lindero. Estas líneas perpendiculares deben ir en terrenos muy regulares a distancia de diez metros y en terrenos poco regulares a distancia de veinte metros entre cada perpendicular. Esto para hallar el área de la figura que forman las dos perpendiculares, la línea que trazamos y el lindero. La distancia entre estas perpendiculares debe ir de acuerdo con la regularidad del terrreno. Ya dimos una sugerencia de distancias pero entre más perpendiculares haya a más figuras geométricas habrá que buscárseles superficie.

Las partes del terreno que quedan fuera del trazado, se llaman **externas** y las partes que, aunque no son del terreno quedan dentro del trazado, se llaman **internas.**

Siendo que las externas son partes del terreno que han quedado fuera de él, hay que sumarlas a la superficie total del terreno. Las internas son partes de otro terreno que han quedado dentro de la figura, por lo tanto hay que restarlas.

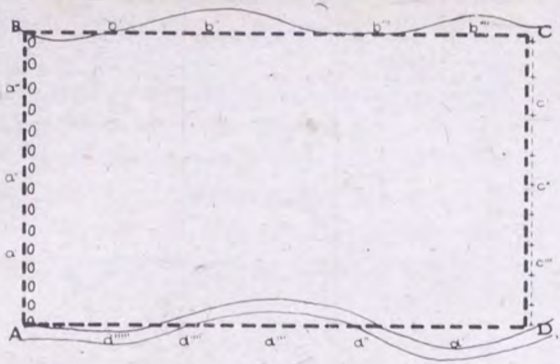
En la figura vemos un lindero del terreno con internas y externas. Las internas forman dos figuras, una de un trapecio y otra de un rectángulo. Las externas dan la figura de un triángulo. Para hallar la superficie perfecta del terreno debemos encontrar las áreas de estas figuras y sumarlas si son externas y restarlas si son internas.

Estas sumas y restas se le hacen al total de la superficie del terreno que estemos midiendo.



Cartera de campo

En la figura podemos ver un terreno ya dividido en figuras geométricas y con las letras correspondientes en los vértices del terreno. Notamos, también, que entre las letras principales (A y B, por ejemplo) hay letras minúsculas de la letra inicial del trazado y que ellas tienen unas marcaciones en la parte superior derecha según el turno que le corresponda. Notemos que la primera letra minúscula tiene una marcación, la segunda dos y así sucesivamente. Estas marcaciones indican qué puesto o turno ocupan en la alineación.



Estas letras minúsculas marcan los lugares donde han quedado ganchos o estacas, o sea, los puntos hasta donde alcanzó la medida correspondiente. Por ejemplo entre la a' y la a'' está la distancia que fue posible medir con una sola alineación porque la cinta métrica no alcanzó para más o por cualquier otra razón.

Las letras minúsculas que se usan para el trazado pertenecen a la letra mayúscula del vértice en el que se inicia el trazado. Si estamos midiendo de A hacia B, las letras minúsculas serán a. Si estamos midiendo de B hacia C, las letras minúsculas serán b.

Para llevar nota de las distancias de un trazado, es necesario saber, conocer, alguna forma de hacerlo. En el caso de la agrimensura estos datos se van anotando en la **cartera de campo.**

La cartera de campo se puede hacer en un cuaderno y consta de cuatro columnas.

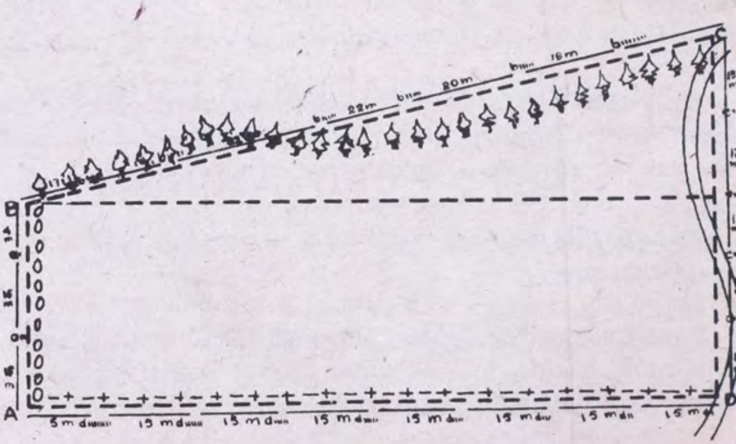
En la columna "desde" se escriben las letras mayúsculas donde se inicia el trazado. En la columna "hasta" se escriben las letras minúsculas, como puede verse en el ejemplo (ver figura siguiente).

Puntos de referencia		Distancias	Observaciones
Desde	Hasta		

En la columna "distancias" se escriben las distancias que hay entre los puntos anotados en las columnas siguientes y en la columna "observaciones" se van anotando datos que sirvan de orientación. Por ejemplo, si hay internas o externas, algunos detalles importantes del lindero u otra anotación que se crea puede servir.

CARTERA DE CAMPO

Finca "La Esmeralda", Campoalegre, Huila



Tenemos este terreno para hacer su cartera de campo. Notemos que entre las letras están las distancias correspondientes, según la medición.

Veamos cómo se hace la cartera de campo de este terreno, en la página siguiente. Vayamos comparando la cartera con el dibujo del terreno, para entender mejor cómo se elabora.

CARTERA DE CAMPO

Finca "La Esmeralda", Campoalegre, Huila

Puntos de referencia		Distancia	Observaciones
Desde	Hasta		
A	a'	15m	Linderos de mojones
	a''	15m	
	B	34m	
B	b'	17m	Lindero de árboles
	b''	19m	Externa
	b'''	22m	Sigue externa y termina
	b''''	22m	Interna
	b'''''	20m	Interna
	C	115m	
C	c'	15m	Interna
	c''	17m	Sigue y termina interna
	c'''	11m	Externa
	c''''	12m	Externa
	D	68m	Termina externa
D	d'	15 m	Lindero de cerca
	d''	15m	
	d'''	15m	
	d''''	15m	
	d'''''	15m	
	d''''''	15m	
	d'''''''	15m	
	A	110m	

Notemos que al terminar de medir la línea correspondiente a una letra sigue la otra letra mayúscula y con la cantidad que hay de la última letra minúscula a ella y el total de todas las cantidades. Veamos, por ejemplo, la letra B. Cuando terminan todas las minúsculas b, está la C. Pero en ella no solo está la cantidad que hay entre b'''''' y la C sino que también se totaliza lo correspondiente a ese alineamiento.

Esta cartera de campo deben tenerla los que están midiendo el terreno y van anotando los datos a medida que se van demarcando los puntos de la medición.

Planimetría

Planimetría es la técnica que trata la elaboración de planos.

Es importante conocer las técnicas que nos permitan dibujar sobre un papel un croquis, si no exacto, aproximado, de nuestro terreno. Esto nos da la idea más concreta de la forma que tiene nuestra tierra. Si ya sabemos cuál es esa forma, podemos tener este dibujo para cualquier consulta sobre linderos y asuntos legales. Este dibujo recibe el nombre de **plano.**

Plano es el dibujo o croquis de un terreno o edificio.

Para dibujar la forma de un terreno sobre un papel es necesario reducir el tamaño original, pero sin que pierda sus características. Esto es disminuir todas las partes en la misma forma y tamaño. Para hacer este trabajo se crearon algunos acuerdos o convenios que reciben el nombre de **escalas.**

Escala es la convención, el acuerdo, que, en forma de números fraccionarios, nos indica cuántas veces ha sido disminuido el tamaño de un terreno para pasarlo al dibujo.

Tenemos el ejemplo de varias escalas:

$\frac{1}{1.000}$ Esta escala nos indica que, por cada milímetro que hay en el plano, hay mil milímetros en el terreno.

El número de arriba indica la unidad o número que hemos escogido para la escala y el de abajo indica la equivalencia.

$\frac{1}{400}$ Esta escala indica que, por cada milímetro en el plano, hay cuatrocientos en el terreno.

$\frac{1}{5.000}$ Esta escala nos indica que, por cada milímetro en el plano hay cinco mil en el terreno.

Recordemos que 1.000 milímetros son iguales a 1 metro.

Las escalas se utilizan en proporción con el área del terreno. Si es un terreno muy grande hay que usar una escala alta para que podamos dibujarlo en el papel. Si el área del terreno es pequeña, debemos utilizar una escala menos alta para que el dibujo no nos quede tan pequeño.

Para saber qué escala debemos usar, solo debemos calcular la longitud de cada lado del terreno y así utilizar la escala necesaria.

Tenemos un ejemplo: un terreno tiene 150 metros de largo por 60 metros de ancho; debemos buscar una escala que no sea tan alta, porque el dibujo queda muy pequeño, y que no sea tan baja porque entonces no nos permite contenerlo en el papel. Veamos qué escala usaríamos:

$\frac{1}{1.000}$ Nos quedaría el plano de 15 centímetros por 6 centímetros. Quizás es muy pequeño.

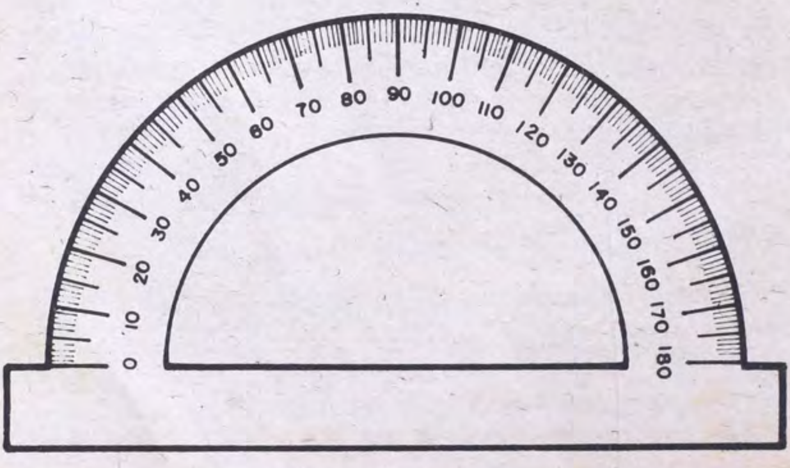
$\frac{1}{500}$ Nos quedaría el plano de 30 centímetros por 12 centímetros. Un buen tamaño.

De esa forma podemos ir calculando el dibujo hasta que podamos encontrar la escala que nos permita un buen dibujo en el plano.

Los ángulos en el plano: Ya mencionamos que utilizaremos ángulos de 45^{o}, 90^{o} y 135^{o}. Para pasar en forma correcta los ángulos del terreno al plano, se necesita la ayuda de un transportador.

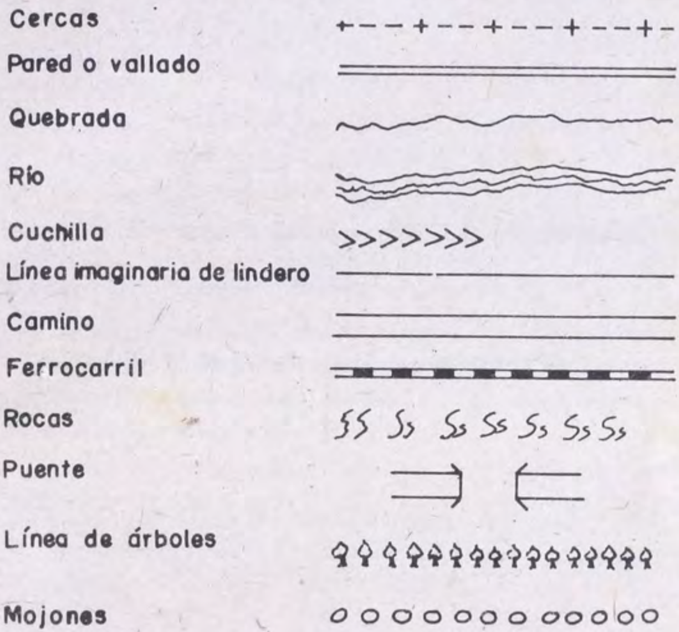
En la parte circular el transportador indica los grados de 1^{o} a 180^{o}. En la parte inferior tiene una reglita, la que nos indica la forma de colocar el lado del ángulo que vamos a buscar.

En la parte centro de la regla del transportador, debe ir colocado el vértice del ángulo que vamos a marcar. Siendo que ya conocemos un lado del ángulo, este va igual a la regla del transportador (Observemos el dibujo). Después de colocar el transportador, con su centro en el lugar que será el vértice del ángulo y poner la línea del ángulo igual a la regla del transportador, se busca, en la parte circular, los grados que se quieran. Se coloca un punto en ese lugar, se retira el aparato y se traza una línea del vértice, que pase por el punto marcado y que tenga la longitud deseada. Tenemos así el ángulo deseado.



Convenciones para un plano

Para levantar un plano se deben tener en cuenta las convenciones o dibujos que van a representar los linderos y algunas partes particulares del terreno. Estas convenciones son:



Estas convenciones deben escribirse en la parte inferior izquierda del plano.

En la parte inferior derecha deben escribirse los datos que identifiquen la finca. Estos datos son:

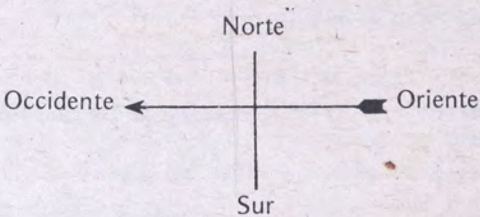
Plano de: Nombre de la finca
Situada en: Lugar donde está situada: vereda, municipio, etc.
Propiedad de: Nombre del propietario
Area: Superficie de la finca
Escala: La escala que se haya usado
Fecha: La fecha en que se levantó el plano

Fuera de estas convenciones es bueno colocar en la parte superior del plano los puntos cardinales indicando así la posición de la finca.

Ya sabemos que los puntos cardinales son cuatro:

Oriente
Occidente
Norte
Sur

Recordemos que el lugar por donde aparece el sol es el oriente.



Esto lo hacemos cuando tenemos los elementos necesarios para determinar la posición de la finca. En ese caso necesitamos una brújula, o por la orientación que recibimos al aparecer el sol.

En el plano los puntos se pueden indicar solo con una flecha, así:

Si no lo podemos hacer el plano puede quedar sin este dato.

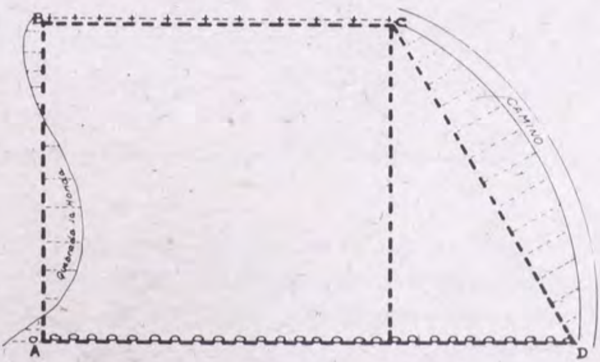
Forma de levantar un plano

Ya hemos mencionado lo importante que es tener un plano del terreno o finca, para diversas diligencias. Para hacerlo es necesario tener papel, ojalá sea papel milimetrado, en caso de no tenerlo de esta clase podemos utilizar papel cuadriculado. Necesitamos un lápiz, un lapicero o bolígrafo, un borrador, una regla, un transportador y los apuntes que hemos anotado en la cartera de campo.

Después de tener listos los elementos, podemos fijar la escala que vamos a usar para hacer la reducción. Como ya sabemos qué clases de figuras geométricas forman el terreno, iniciamos pasando las medidas de las líneas rectas al papel, disminuidas por la escala que estemos usando. Es conveniente aclarar que solo se pasan al plano las líneas que determinan el perímetro del terreno.

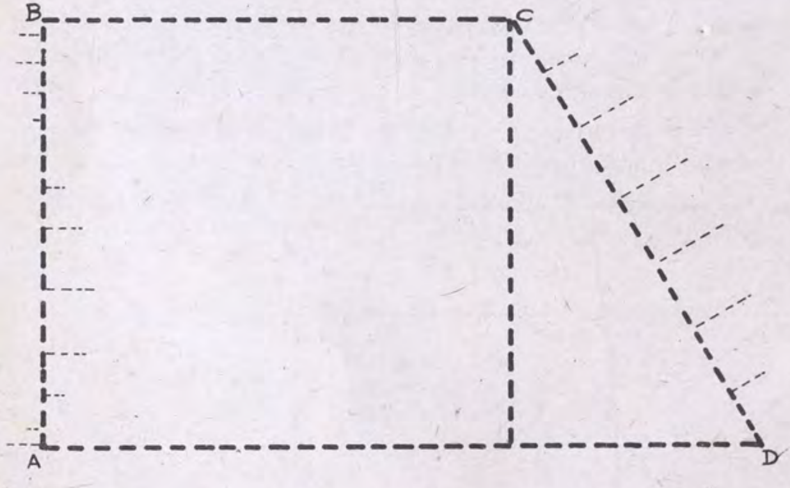
Tomemos la figura del terreno que sigue como ejemplo para levantar, hacer el plano. Notemos que sus vértices tienen ángulos de 90° y 45° y que ya está dividido en figuras geométricas. Esto se hizo al alinear los jalones.

Como la cartera de campo nos indica las distancias, comenzamos a trazar las líneas en la escala que hemos escogido. La primera línea que debemos trazar es la línea de A a B. Al llegar al vértice B vemos que el ángulo es de 90°. Lo trazamos con la escuadra o con



el transportador y desde el vértice B iniciamos el dibujo de la línea de B a C. El vértice C es de 45°, lo determinamos con el transportador y trazamos la línea de C a D. Cuando vamos a cerrar la figura con la línea de D a A, debemos darnos cuenta que tenga la distancia que tenemos en los datos. Si no marca la misma distancia que tenemos en la cartera de campo, nos indica que los ángulos han quedado mal determinados en el campo o en el plano.

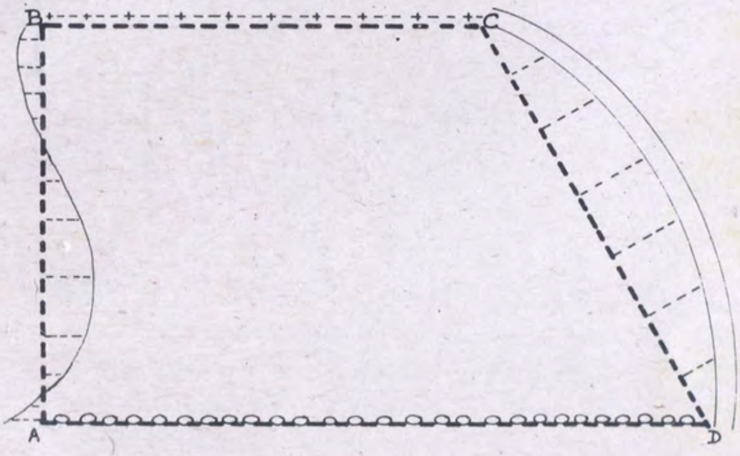
Después de formar la figura geométrica que corresponde al terreno en el plano, procedemos a trazar las perpendiculares internas y externas. Por ejemplo, la primera perpendicular de A hacia B es una externa. Está a igual distancia con la línea de la figura y así la dibujamos. La segunda está a 10 metros (esto es supuesto) y a esa distancia debemos colocarla en el plano, según lo indique la escala.



Después de trazar estas perpendiculares, las unimos con una línea que más o menos tenga la figura que tiene en el terreno y nos quedará formada la figura del terreno, disminuida según la escala que hayamos usado.

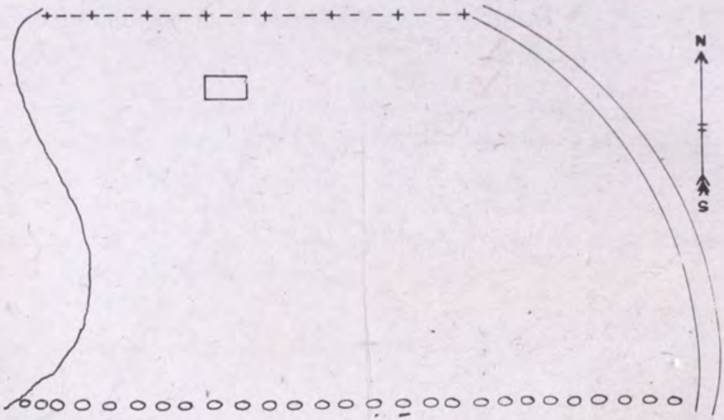
Después borramos todo lo que no pertenece al perímetro del terreno y obtendremos el plano perfecto. Como todo está hecho con lápiz, es necesario repasar con un lapicero o bolígrafo, para que no se borre.

Tomando las medidas correspondientes, podemos dibujar en el plano la casa de la finca.



Después de colocar las convenciones necesarias y borrar lo indicado, el plano quedará así:

PLANO DE LA FINCA "LA ESMERALDA"



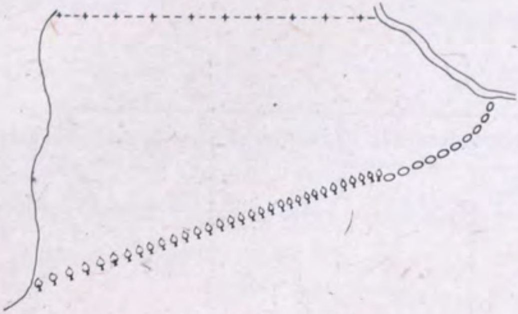
Cerca	+ − + − + − + − +	Plano de:	"La Esmeralda"
Quebrada		Situada en:	Campoalegre, Huila
Mojones	o oooooooo	Propiedad de:	Camilo Montenegro
Camino		Area:	1.075 metros cuadrados
		Escala	$\frac{1}{1.000}$
		Fecha:	Enero 13 de 1975

Como nos damos cuenta, en la parte superior están los puntos cardinales, esto para indicar la posición correcta de la finca. En caso de que no tengamos los elementos para determinarlos, podemos dejar el plano sin ellos.

Como nos podemos dar cuenta, en la parte superior están indicados los puntos cardinales y en el plano está dibujado el lugar de la casa.

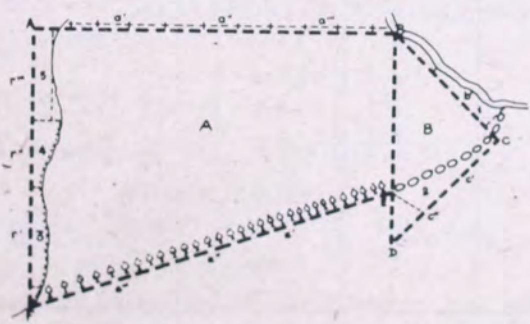
Proceso de medición de un terreno

Vamos a dar un último vistazo a la forma de medir un terreno. En esta sección vamos a conocer la superficie del terreno que está en la figura, aplicando todos los pasos estudiados.



Teniendo el terreno, observamos qué figuras geométricas podemos obtener y determinamos el punto inicial para comenzar el trazado. Este punto recibirá el nombre de A. Desde este lugar comenzamos a alinear los jalones para dividir en figuras geométricas el terreno respectivo.

Entonces el primer paso es alinear los jalones para determinar las figuras que obtendremos del terreno.



Notemos que de la alineación han salido dos grandes figuras geométricas: un trapecio (A) y un triángulo (B). También hay externas e internas, ellas están numeradas para su identificación.

Según el alineamiento de jalones, la cartera de campo ha debido quedar como sigue:

Puntos de referencia		Distancia	Observaciones
Desde	Hasta		
A	a'	15 m	Lindero de cerca
	a''	17 m	
	a'''	16 m	
	B	63 m	
B	b'	15 m	Externa
	C	25 m	
C	c'	10 m	Interna en forma de
	c''	12 m	triángulo
	D	30 m	
D	E	10 m	
E	e'	13 m	Línea de árboles
	e''	16 m	
	e'''	14 m	
	F	58 m	
F	f'	15 m	Internas
	f''	15 m	
	f'''	15 m	
	A	55 m	

En esta forma deberán quedar anotados los datos que hemos obtenido en la alineación de los jalones. Este aspecto es vital para la medición total del terreno y para levantar el plano.

Después de realizar este trabajo, debemos obtener las áreas de las dos figuras grandes y también las áreas de las figuras que forman las internas y externas.

Hallemos el área de todas las figuras:

1. Area del trapecio: Altura = 64 m Base mayor = 55, base menor = 45

$$\frac{(55+45)}{2} \times 64 = 3.200 \text{ metros cuadrados}$$

Area del trapecio: 3.200 metros cuadrados.

2. Area del triángulo: Altura = 25 m Base = 30 metros

$$\frac{25 \times 30}{2} = 375 \text{ metros cuadrados}$$

Area del triángulo: 375 metros cuadrados

3. Area de externas:

   1. Forma de triángulo: Altura = 4 m base = 23 m

$$\frac{4 \times 23}{2} = 46 \text{ metros cuadrados}$$

Area del triángulo: 46 metros cuadrados

4. Area de internas:

2. Forma de triángulo: Altura = 5 m   base = 30 metros

$$\frac{5 \times 30}{2} = 75 \text{ metros cuadrados}$$

Area del triángulo: 75 metros cuadrados

3. Forma de paralelogramo: Altura = 2 m   base = 15 metros

$2 \times 15 = 30$ metros cuadrados

Area del paralelogramo: 30 metros cuadrados

4. Forma de trapecio: Altura = 12 m   Base mayor = 6 metros, base menor = 2

$$\frac{6 + 2}{2} \times 12 = 48 \text{ metros cuadrados}$$

Area del trapecio 48 metros cuadrados

5. Forma de paralelogramo: Altura = 4 m base = 15 metros

$4 \times 15 = 60$ metros cuadrados

Area del paralelogramo: 60 metros cuadrados

Como ya tenemos las áreas de todas las figuras, con ellas podemos obtener la superficie del terreno. No podemos olvidar que las internas se restan a las dos figuras grandes y las externas se suman. Después de hacer estas operaciones conoceremos el área del terreno.

Adicionamos:

a.	Trapecio	3.200 metros cuadrados
b.	Triángulo	375 metros cuadrados
c.	Externa 1	46 metros cuadrados
		3.621 metros cuadrados

Ya sumadas las áreas de las figuras grandes, y de las externas, restamos de esta cantidad las internas.

Figuras más externas	3.621 metros cuadrados
Total de las internas	213 metros cuadrados
Area total del terreno	3.408 metros cuadrados

La superficie del terreno es de tres mil cuatrocientos ocho metros cuadrados.

Soluciones de los problemas de geometría

1. Encontramos la longitud de la cerca circular:

   $1 = \pi \,.\, 2\,r = 3.1416 \times 4 = 12.5664$ m. Este es el perímetro de la cerca. Como ya tenemos cinco metros de alambre, hacemos la resta y hallamos la diferencia. Se necesitan 12.5664 metros de alambre.

Tenemos	5.0000 m
Faltan	7.5664 m de alambre

2. $$A = \frac{b\,.\,h}{2} = \frac{40 \times 30}{2} = 600 \text{ metros cuadrados}$$

   Respuesta: 600 metros cuadrados

3. $A = l\,.\,l = 30 \times 30 = 900$ metros cuadrados

   Respuesta: 900 metros cuadrados

4. $A = b\,.\,h = 3 \times 2 = 6$ metros cuadrados

   Respuesta: 6 metros cuadrados

5. Como un lado es base y el otro altura, aplicamos la fórmula:

   $A = b\,.\,h = 20 \times 20 = 400$ metros cuadrados

   Respuesta: 400 metros cuadrados

6. Primero hallamos los metros cuadrados:

   $A = b\,.\,h = 15 \times 8 = 120$ metros cuadrados.

   Respuesta: 120 metros cuadrados

7. Primero hallamos el área y la multiplicamos por el valor de cada metro cuadrado.

   $$A = \frac{h}{2} \times (b + b) = \frac{6}{2} \times (12 + 8) = 3 \times 20 = 60 \text{ m}^2$$

Multiplicamos la cantidad de metros cuadrados por el valor de cada metro: $60\ m^2 \times \$\ 500 = \$\ 3.000$

Respuesta: $ 3.000

8. Hexágono = 6 lados.

$$A = \frac{a\ .\ l\ .\ nl}{2} = \frac{3 \times 2 \times 6}{2} = 18 \text{ metros cuadrados}$$

Respuesta: 18 metros cuadrados de tierra.

9. 3 x 3 = 9. Este es el radio al cuadrado.

$A = \pi\ .\ r^2 = 3.1416 \times 9 = 28.2744$ metros cuadrados

Respuesta: 28.2744 metros cuadrados de terreno

10. Pasos:

Primero hallamos el área de la base:

$A = b\ .\ h = 3 \times 2 = 6$ metros cuadrados Base

Ya con el área de la base, aplicamos la fórmula de volumen.

$V = h\ .\ B = 3 \times 6 = 18\ m^3$ Volumen de la alberca.

Como cada metro cúbico es igual a mil litros, la alberca contiene 18.000 litros. Si se gasta un litro diario, el agua durará 18 días.

Respuesta: 18 días.

11. Encontramos el volumen del recipiente:

$V = l\ .\ l\ .\ l = 20 \times 20 \times 20 = 8.000\ dm^3$

Como cada litro es igual a un decímetro cúbico, el recipiente puede contener 8.000 litros.

Respuesta: 8.000 litros.

12. $V = \frac{1}{3} h \;\; B = \frac{18}{3} \times 45 = 270$ metros cúbicos

Respuesta: 270 metros cúbicos

13. Primero hallamos el volumen:

$$V = \frac{1}{3}\ h.\pi\ .\ r^2 = \frac{9}{3}\ \times\ 3.1416 \times 16 = 25.1328\ dm^3$$

Como un litro es igual a un dm^3 entonces el embudo puede contener 25.1328 litros.

Respuesta: 25.1328 litros.

14. Primero hallamos el volumen:

$$V = h \qquad r^2 = 5 \times 3.1416 \times 9 = 141.372\ dm^3$$

Como un litro es igual a un decímetro cúbico, la olla puede contener 141.372 litros.

Respuesta: 141.372

15. $V = \frac{4\pi\ .\ r^3}{3} = \frac{4 \times 3.1416 \times 125}{3} = 523.6$ centímetros cúbicos

Respuesta: 523.6 centímetros cúbicos

Glosario de signos

Signo	Forma de leerlo	Aplicación
$=$	Igual a	$3 = 3$
$+$	Más	$3 + 4 = 7$
$-$	Menos	$4 - 3 = 1$
X	Por	3 X 4 = 12
$\div$	Dividido entre	$12 \div 4 = 3$
$\cdot$	Por (para letras)	$a \cdot b = ab$
$\neq$	No es igual – diferente de	$3 \neq 5$
$<$	Menor que	$2 < 3$
$>$	Mayor que	$3 > 2$
( )	Paréntesis	$(5 + 4) - 3 = 9 - 3 = 6$
π	Pi (constante que vale 3.1416)	
0	Círculo	
Δ	Triángulo	
o/o	Por ciento	5 es el 5o/o de 100
\$	Pesos	\$ 5.00
$\parallel$	Paralelo	
$\perp$	Perpendicular a	
$\measuredangle$	Angulo	
#	Número	
a.	Un área	100 $metros^2$
Ha.	Una hectárea	10.000 $metros^2$

editorial andes

editora dosmil

Biblioteca del Campesino

LIBROS EN CIRCULACION

Primeros Auxilios
El Perro
Tierra Fértil
Carnes y Huevos
Sexo y Matrimonio
Cultivo de Frutales
Cantemos con el Tiple
Verduras y Frutas
Conejos y Curíes
Productividad
Las Abejas
Evangelio de San Lucas
La Vaca del Campesino
La Madre y el Niño
Qué Bueno ser Colombiano!
Cuadros Campesinos
Chispa y Buen Humor
Cantemos con la Guitarra
Oración del Campesino
Juegos y Diversiones
Cooperativa de Ahorro y Crédito
Nuestro Precursor
La Huerta Familiar
Despierta Campesino
Ovejas y Cabras
Enfermedades Comunicables
Evangelio de San Mateo
Poesía Colombiana
El Ganado de Carne
El Coplero Campesino
Producir y Ganar

EDITORA DOSMIL

Carrera 39 A No. 15–11 – Bogotá – Colombia